

# ENG C36 – Dispositivos de Conversão Eletromecânica I

Aurino Almeida Filho

# PERÍODO E HORÁRIOS DO CURSO

- **Início das aulas: 05/03/2012.**
- **Último dia de aulas: 07/07/2012.**

# PROGRAMA DO CURSO

PROGRAMA DO CURSO DE ENG C36 - DISPOSITIVOS DE CONVERSÃO I			
Aula	Data	Assunto Semestre 2012/01	Horas
1 <sup>a</sup>	6/3/2012	Introdução ao curso	2
2 <sup>a</sup>	8/3/2012	Sistemas magnéticos: lineares e sem perdas e não lineares e com perdas.	2
3 <sup>a</sup>	13/3/2012	Revisão de sistemas monofásicos, fasores e potência (aparente, ativa e	2
4 <sup>a</sup>	15/3/2012	Transformador monofásico ideal - Exercícios	2
5 <sup>a</sup>	20/3/2012	Transformador monofásico real - Circuito Equivalente - Exercícios	2
6 <sup>a</sup>	22/3/2012	Exercícios	2
7 <sup>a</sup>	27/3/2012	Ensaio de rotina em transformadores - Perdas - Eficiência - Exercícios	2
8 <sup>a</sup>	29/3/2012	Quedas de tensão - Regulação de tensão em transformadores - Exercícios	2
9 <sup>a</sup>	3/4/2012	Paralelo de Transformador monofásico real - Exercícios	2
	5/4/2012	<b>Feriado</b>	
10 <sup>a</sup>	10/4/2012	Exercícios	2
11 <sup>a</sup>	12/4/2012	Autotransformador - Exercícios	2
12 <sup>a</sup>	17/4/2012	Autotransformador x Transformador convencional - Exercícios	2
13 <sup>a</sup>	19/4/2012	<b>1<sup>a</sup> Avaliação</b>	2
14 <sup>a</sup>	24/4/2012	trifásica.	2
15 <sup>a</sup>	26/4/2012	Transformador trifásico ideal/ harmônicas em transformadores reais.	2
	1/5/2012	<b>Feriado</b>	
16 <sup>a</sup>	3/5/2012	Transformador trifásico real - Circuito Equivalente - Exercícios	2
17 <sup>a</sup>	8/5/2012	Transformador trifásico real - Ensaio/Regulação de tensão-Exercícios	2

# PROGRAMA DO CURSO

PROGRAMA DO CURSO DE ENG C36 - DISPOSITIVOS DE CONVERSÃO I			
Aula	Data	Assunto Semestre 2012/01	Horas
18 <sup>a</sup>	10/5/2012	Paralelo de Transformadores Trifásicos - índice horário - Exercícios	2
19 <sup>a</sup>	15/5/2012	Transformador trifásico de três enrolamentos - Exercícios	2
20 <sup>a</sup>	17/5/2012	Introdução à máquina de corrente contínua.	2
21 <sup>a</sup>	22/5/2012	Gerador de corrente contínua - Exercícios	2
22 <sup>a</sup>	24/5/2012	<b>2<sup>a</sup> Avaliação</b>	2
23 <sup>a</sup>	29/5/2012	Motor de corrente contínua - Exercícios	2
24 <sup>a</sup>	31/5/2012	Princípios de conversão. Introdução às máquinas de corrente alternada	2
25 <sup>a</sup>	5/6/2012	Introdução às máquinas síncronas trifásicas (aspectos construtivos) -	2
	7/6/2012	<b>Feriado</b>	
26 <sup>a</sup>	12/6/2012	Princípio e Funcionamento das Máquinas Síncronas - Exercícios	2
27 <sup>a</sup>	14/6/2012	Circuito Equivalente do Gerador e Motor síncrono trifásico - Exercícios	2
28 <sup>a</sup>	19/6/2012	Máq Síncronas - Ensaios/Características a Vazio e em Curto Circuito -	2
29 <sup>a</sup>	21/6/2012	Exercícios	2
30 <sup>a</sup>	26/6/2012	Máquinas Síncronas de Pólos Lisos - Diagrama Fasorial - Exercícios	2
31 <sup>a</sup>	28/6/2012	<b>3<sup>a</sup> Avaliação</b>	2
32 <sup>a</sup>	3/7/2012	Máquinas Síncronas de Pólos Salientes - Diagrama Fasorial - Exercícios	2
33 <sup>a</sup>	5/7/2012	Discussão da avaliação	2
		<b>TOTAL DE HORAS</b>	<b>66</b>

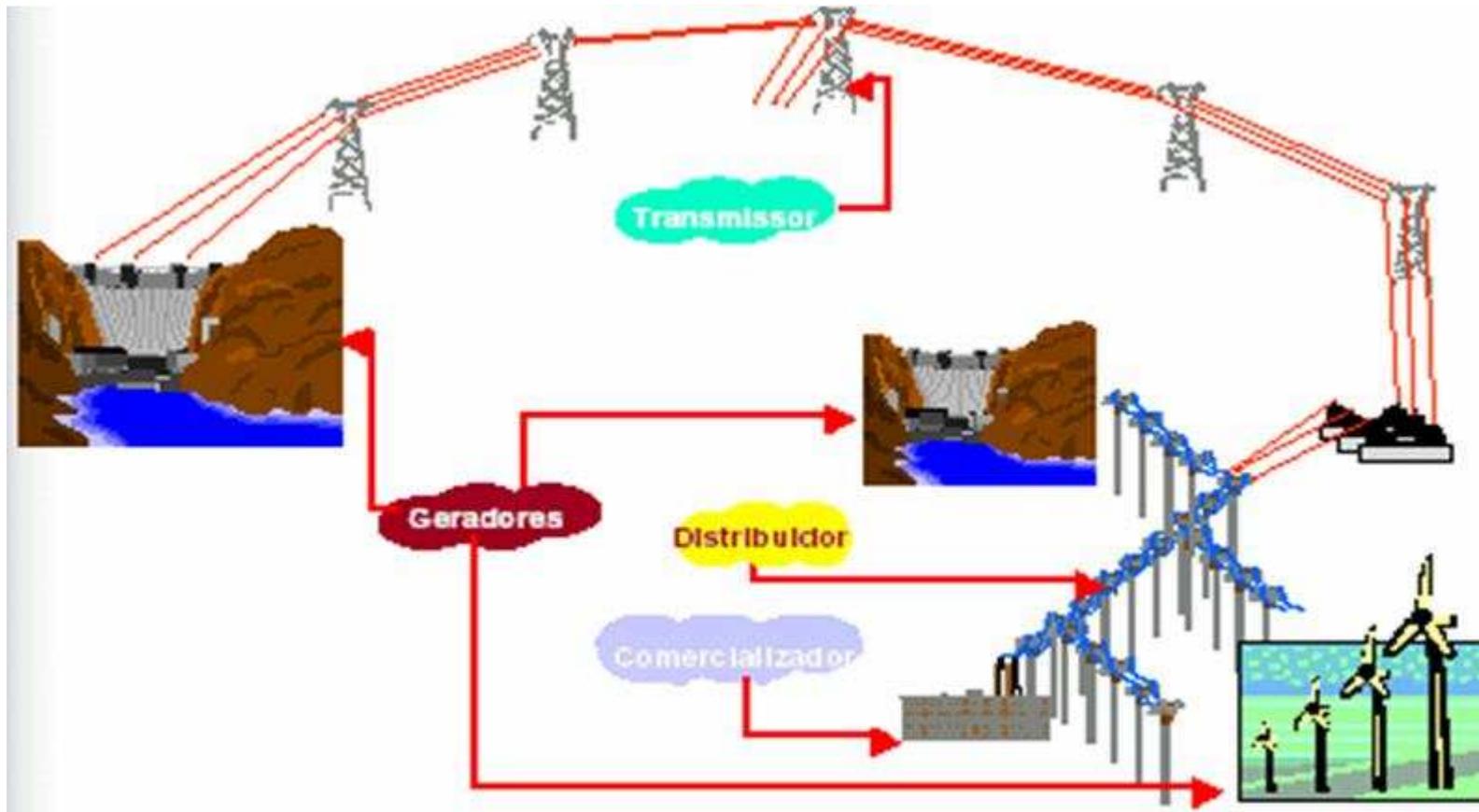
# **PROGRAMAÇÃO DAS AVALIAÇÕES**

- **Primeira avaliação: 19/04/2012.**
- **Segunda avaliação: 24/05/2012.**
- **Terceira avaliação: 28/06/2012.**

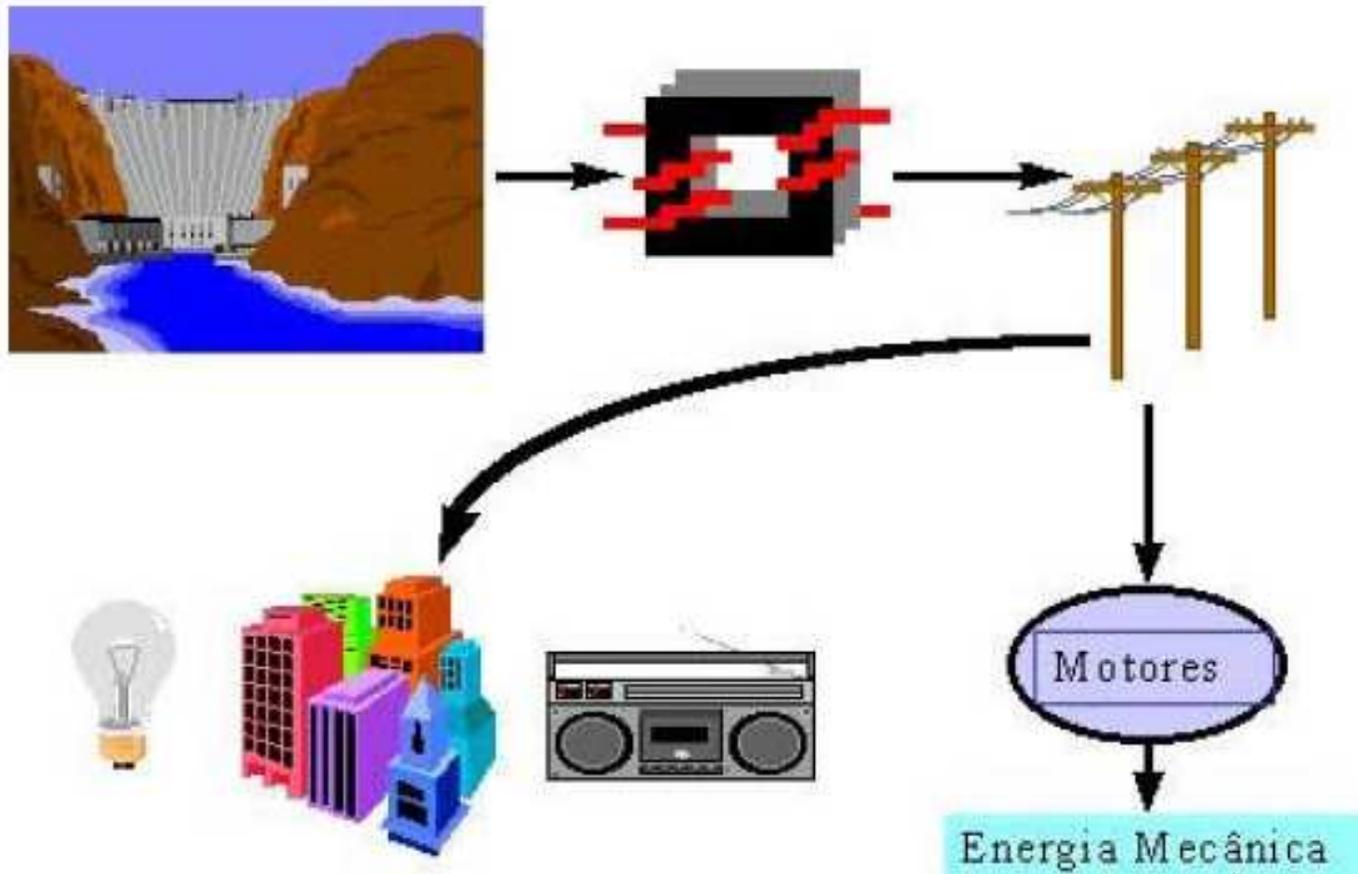
# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- **Sen, P. C. (1997). Principles of Electric Machines and Power Electronics, second edition edn, John Wiley & Sons, Inc.**
- **Fitzgerald, A. E. e Kingsley Ch. Jr. – Electric Machinery**
- **Slemon, G. R. (1975). Equipamentos Magnetoelétricos: Transdutores, Transformadores e Máquinas, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.**
- **Fouillé, A. – Electrotechnique a l'Usage des Ingénieurs – Dunod**
- **Kostenko, M. e Piotrovsky, L. – Electrical Machines – Mir Publishers**
- **Kosow, I. L. – Máquinas Elétricas e Transformadores – Editora Globo**
- **Del Toro, Vincent – Fundamentos de Máquinas Elétricas – Editora Prentice – Hall do Brasil Ltda**

# O SISTEMA ELÉTRICO E AS MÁQUINAS ELÉTRICAS

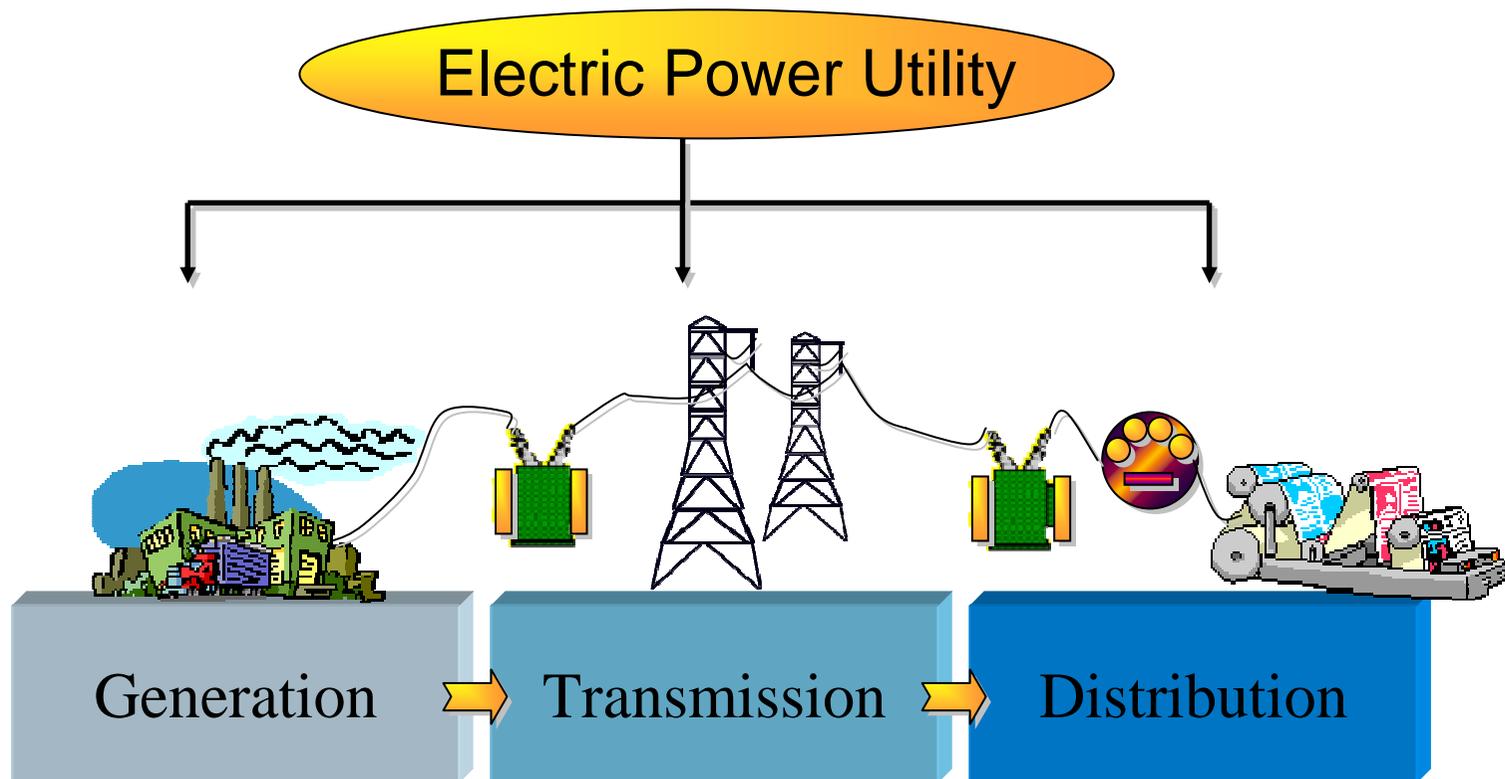


# O SISTEMA ELÉTRICO E AS MÁQUINAS ELÉTRICAS



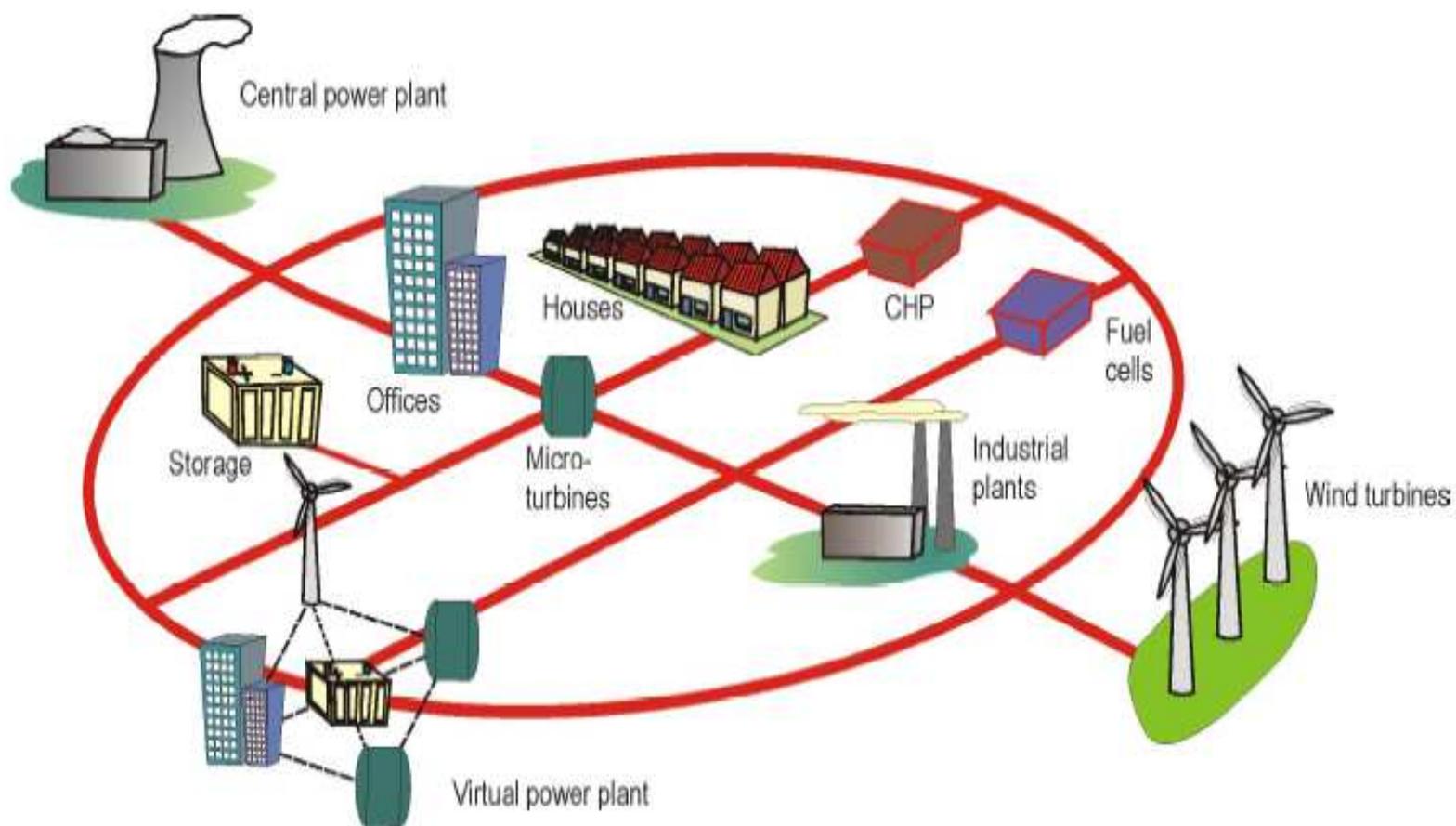
# O SISTEMA ELÉTRICO E AS MÁQUINAS ELÉTRICAS

ANTIGA ESTRUTURA - MAJORITARIAMENTE EM OPERAÇÃO



# O SISTEMA ELÉTRICO E AS MÁQUINAS ELÉTRICAS

## UMA NOVA CONCEPÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS



# BALANÇO DE ENERGIA

A conversão eletromecânica de energia envolve 04 formas de energia:

- 1- Elétrica; 2- Mecânica; 3- Magnética; 4- Calor.

As leis que determinam as relações características do acoplamento eletromecânico são:

- 1- Princípio da conservação de energia;
- 2- Leis do campo elétrico e magnético;
- 3- Leis dos circuitos elétricos;
- 4- Leis de Newton da mecânica.

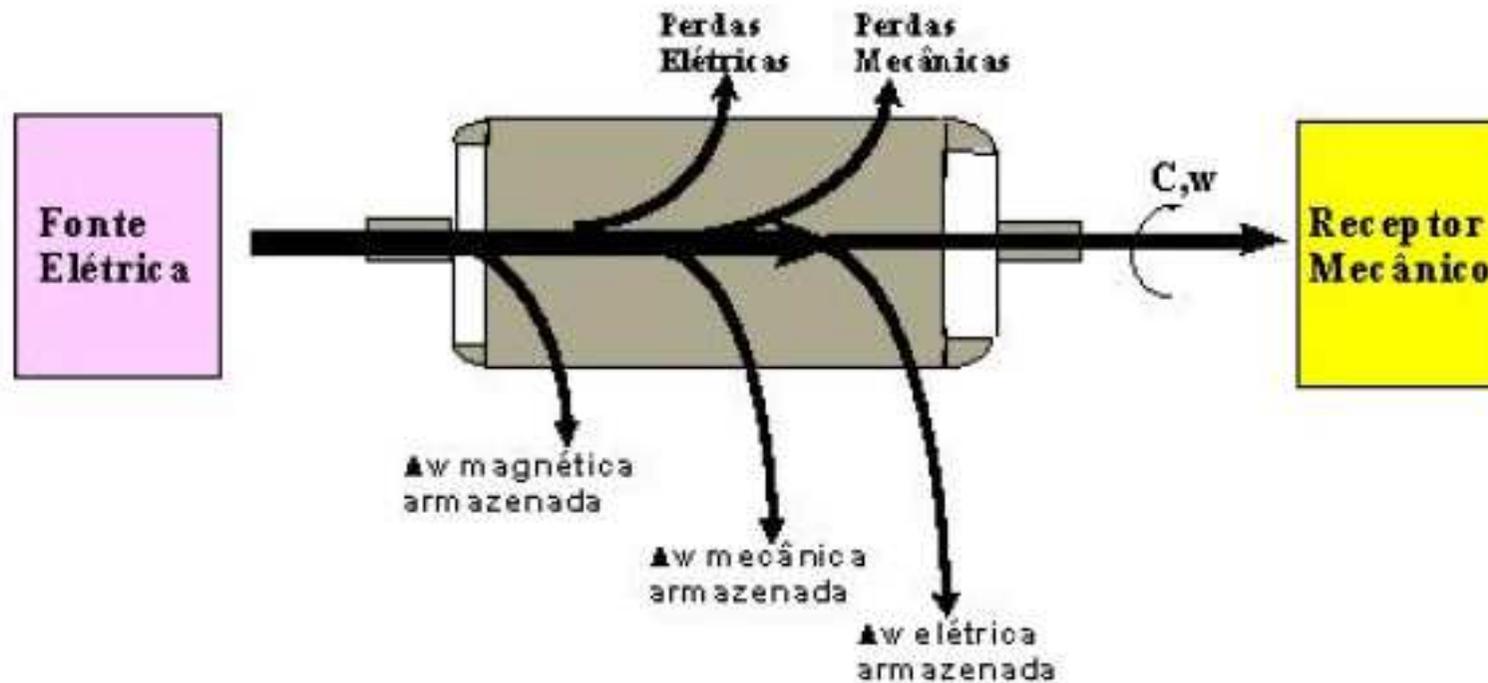
# BALANÇO DE ENERGIA

O balanço de energia segue o Princípio da conservação de energia e é aplicável a todos os dispositivos de conversão de energia

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{Entrada de} \\ \text{energia de} \\ \text{fonte elétrica} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{Saída de} \\ \text{energia} \\ \text{mecânica} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{Aumento na energia} \\ \text{armazenada no campo} \\ \text{de acoplamento} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{Energia} \\ \text{convertida} \\ \text{em calor} \\ \hline \end{array}$$

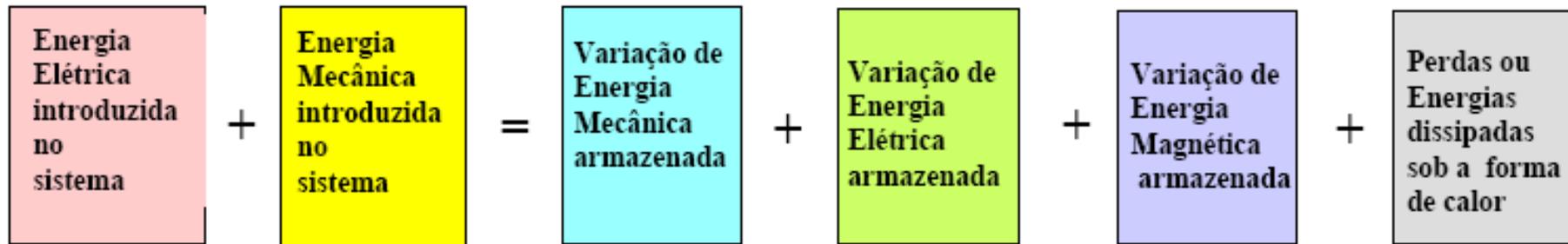
# BALANÇO DE ENERGIA

## MOTOR ELÉTRICO



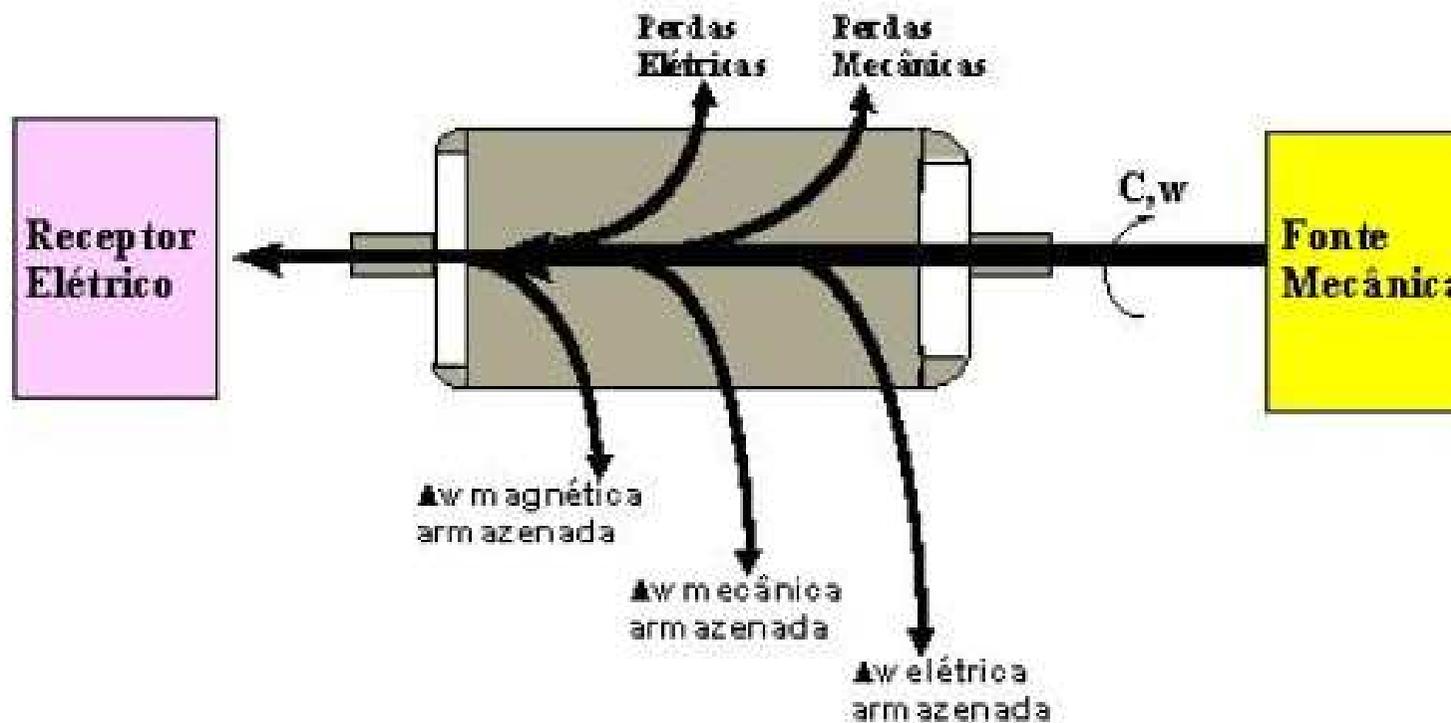
# BALANÇO DE ENERGIA

## MOTOR ELÉTRICO

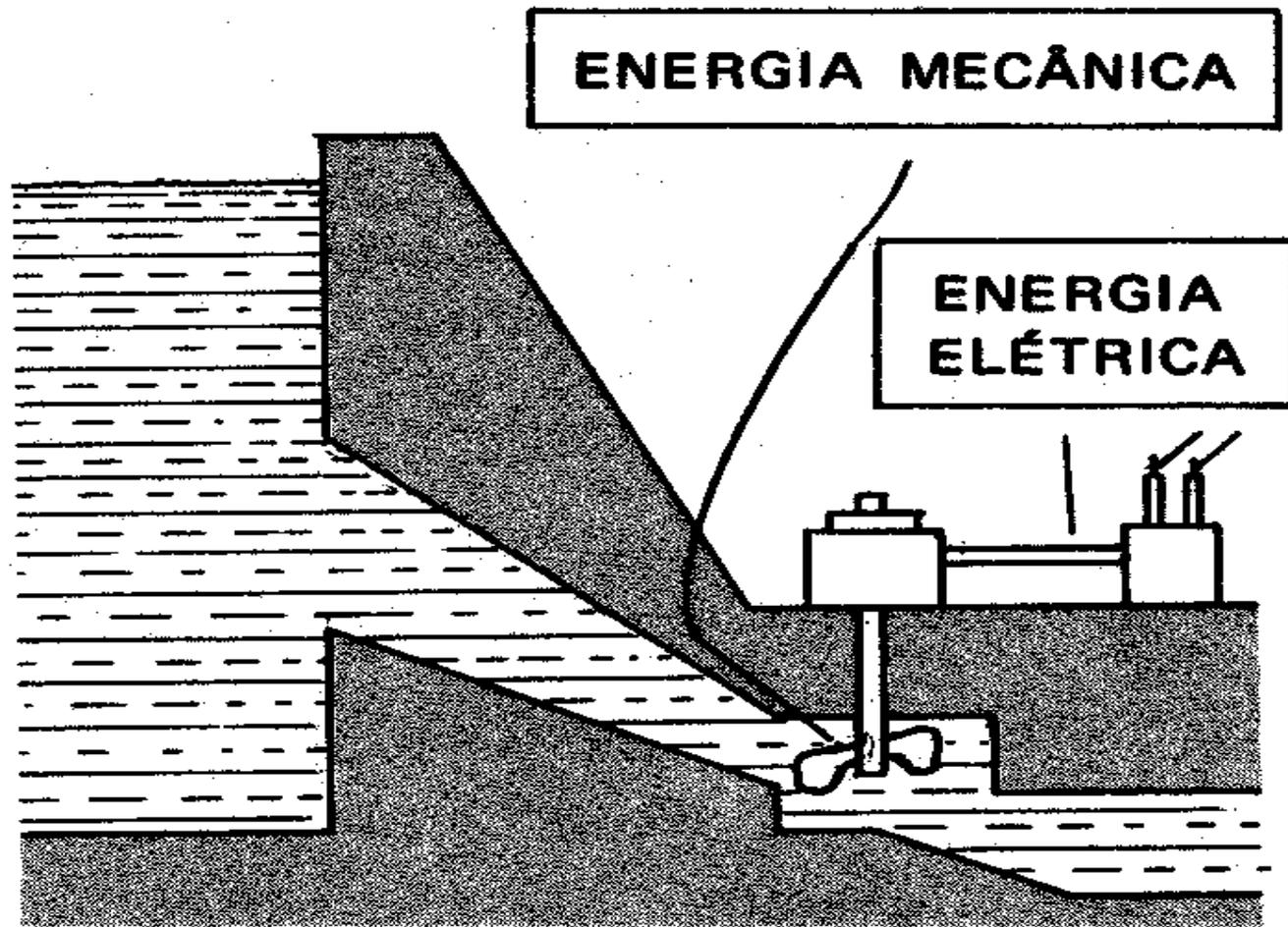


# BALANÇO DE ENERGIA

## GERADOR ELÉTRICO



Nas usinas hidrelétricas a energia mecânica de uma queda d'água é transformada em energia elétrica a partir de turbinas, que acionam geradores elétricos



# Auto Indutância, Indutância mútua e acoplamento magnético

- Quando a interação entre duas malhas tem lugar através de um campo magnético, em lugar dos elementos comuns, diz-se que as malhas estão acopladas indutivamente ou magneticamente

# Auto Indutância, Indutância mútua e acoplamento magnético

- Auto-Indutância
  - Quando a corrente varia num circuito, o fluxo magnético que o abrange varia e, induzindo uma fem, proporcional à taxa de variação da corrente, quando a permeabilidade é constante

# Auto Indutância, Indutância mútua e acoplamento magnético

Fem induzida no circuito

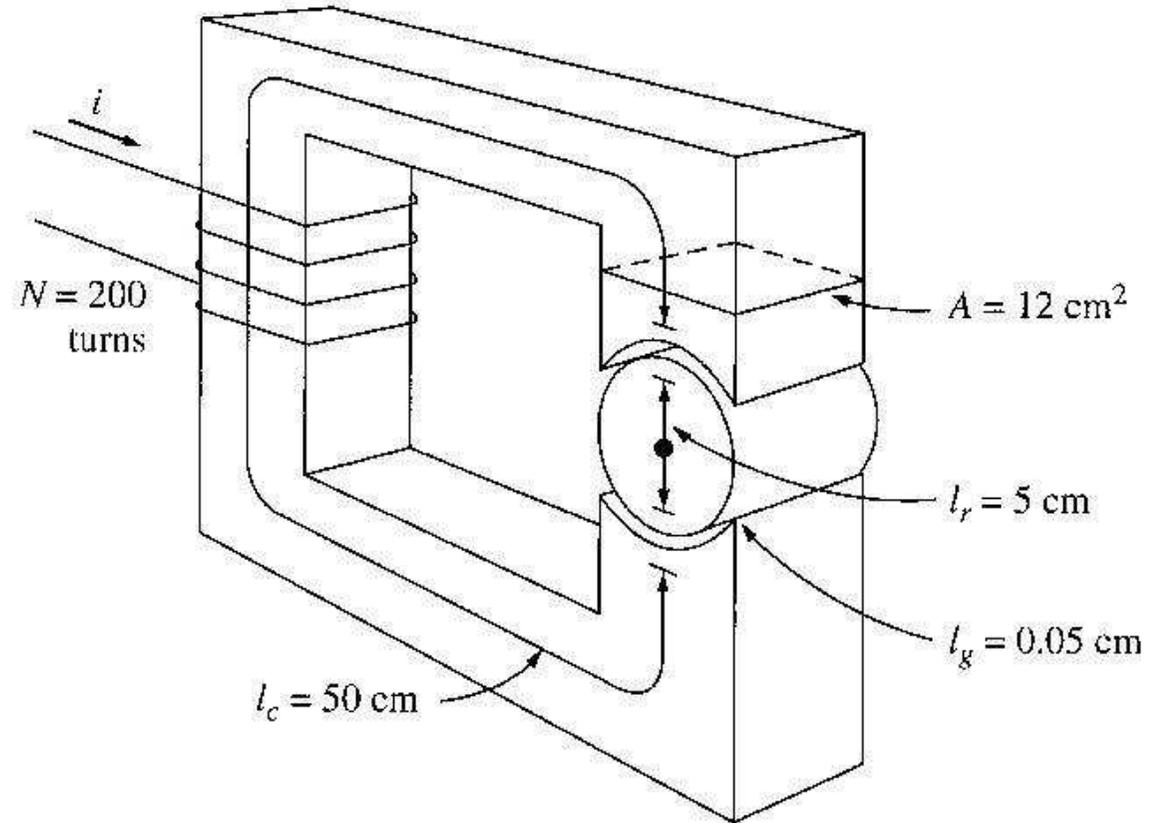
$$v_L = L \frac{di}{dt} \Leftrightarrow L = \text{auto-indutância (Weber / Ampéres ou Henry)}$$

$$v_L = N \frac{d\phi}{dt} \Leftrightarrow N = \text{Número de espiras da bobina}$$

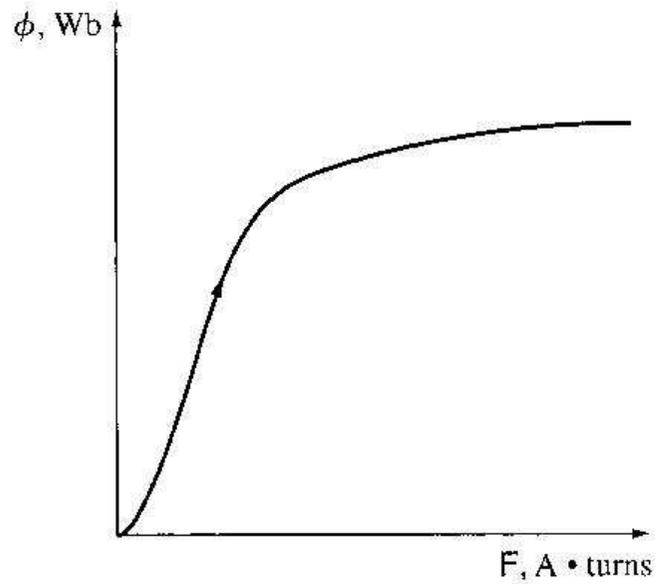
$\phi$  = Fluxo magnético  $\Leftrightarrow Nd\phi$  = fluxo de ligação (flux linkage)

$$L \frac{di}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} \Leftrightarrow L = N \frac{d\phi}{di}$$

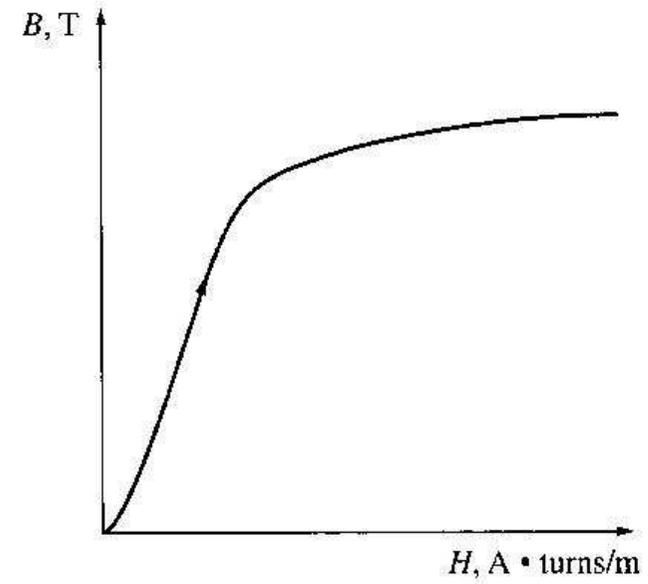
# CIRCUITO MAGNÉTICO



# CIRCUITO MAGNÉTICO

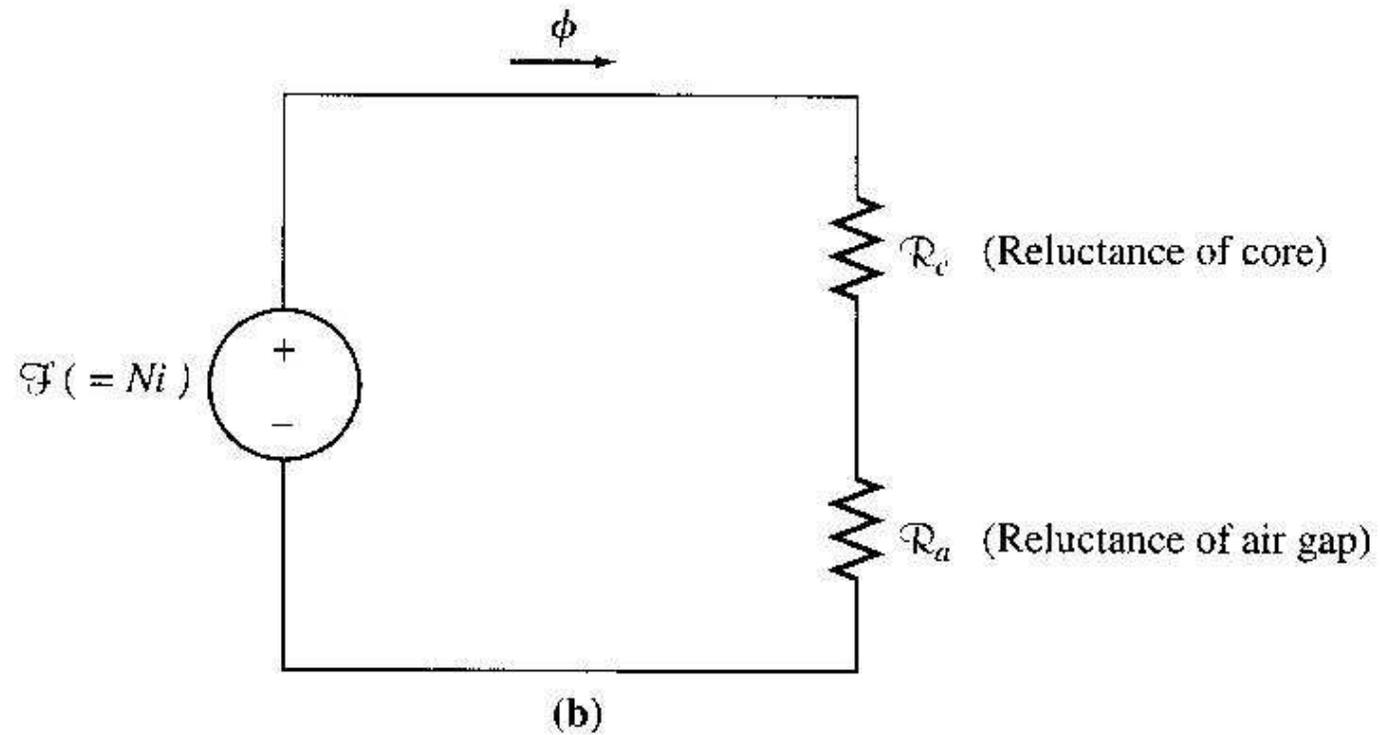


(a)



(b)

# CIRCUITO MAGNÉTICO



# ELETROMAGNETISMO

- A maioria dos equipamentos elétricos depende do magnetismo.
- Campos magnéticos: todo imã tem 2 pontos opostos que atraem, os pólos.
- Atrai porque existe força: campo magnético.
- Conjunto de todas as linhas do campo magnético: fluxo magnético
- Densidade de fluxo magnético: fluxo magnético por unidade de área:

$$B = \frac{\phi}{A} \text{ (Webers)}$$

# ELETROMAGNETISMO

Analogia entre um circuito elétrico de corrente contínua e um circuito magnético

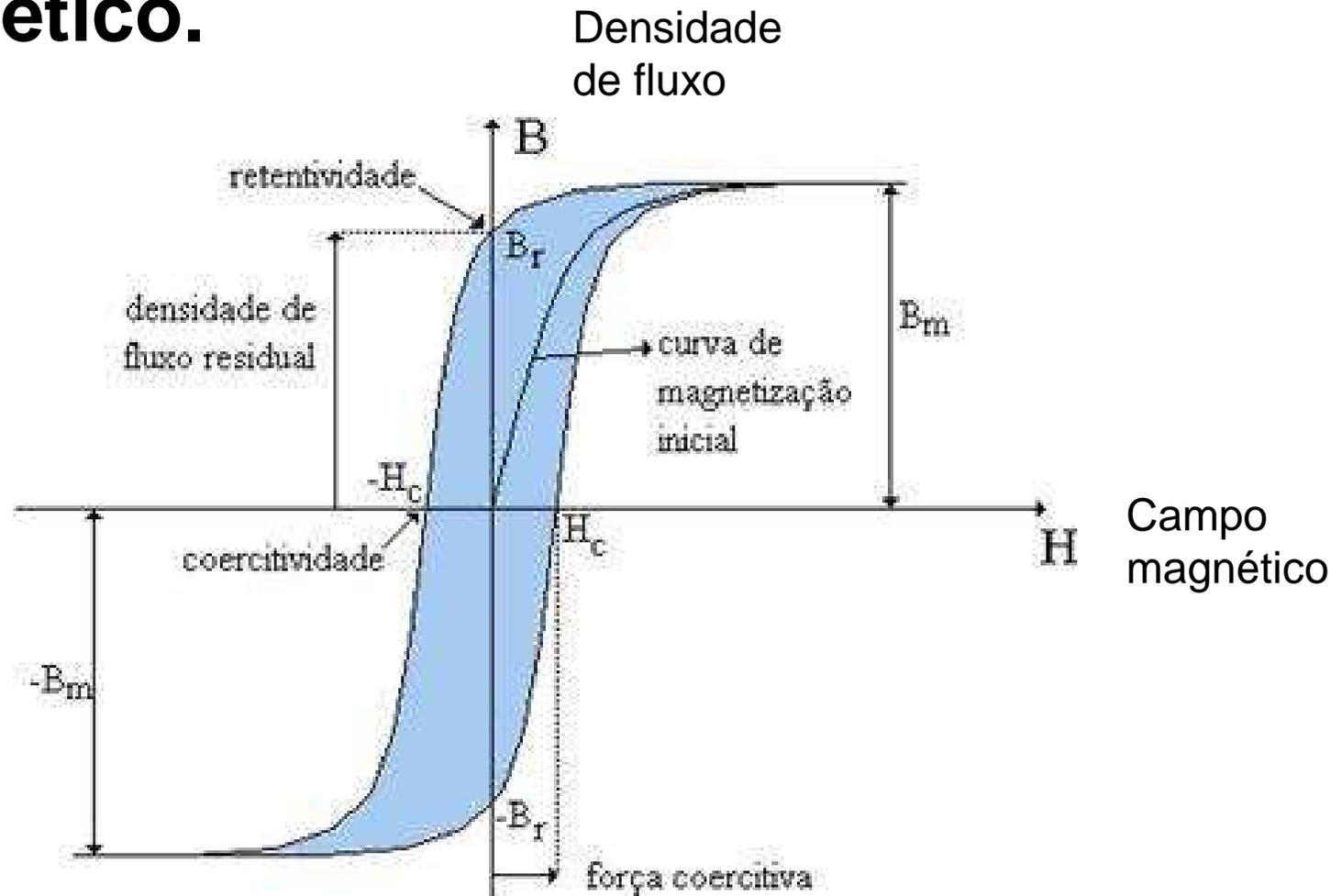
Circuito Elétrico	Circuito Magnético
Lei de Ohm: $I = V/R$	$\phi = \mathcal{I} \mathcal{R}$
Resistência: $R = l/\sigma A$	Relutância: $\mathcal{R} = l/\mu A$
Corrente: $I$	Fluxo: $\phi$ (Weber)
Tensão: $V$	Fmm: $\mathcal{I} = NI$ (Ampère espiras)
Condutividade: $\sigma = 1/\rho$	Permeabilidade: $\mu$
Condutância: $G$	Permeância: $\mathcal{P}$
$l =$ comprimento; $A =$ seção transversal do caminho	

# HISTERESE

- **Mostra a característica de um material magnético.**
- **Quando o campo magnético aplicado em um material for aumentado até a saturação e em seguida for diminuído, a densidade de fluxo  $B$  não diminui tão rapidamente quanto o campo  $H$ . Dessa forma quando  $H$  chega a zero, ainda existe uma densidade de fluxo remanescente,  $B_r$ . Para que  $B$  chegue a zero, é necessário aplicar um campo negativo, chamado de força coercitiva. Se  $H$  continuar aumentando no sentido negativo, o material é magnetizado com polaridade oposta. Desse modo, a magnetização inicialmente será fácil, até quando se aproxima da saturação, passando a ser difícil. A redução do campo novamente a zero deixa uma densidade de fluxo remanescente,  $-B_r$ , e, para reduzir  $B$  a zero, deve-se aplicar uma força coercitiva no sentido positivo. Aumentando-se mais ainda o campo, o material fica novamente saturado, com a polaridade inicial.**

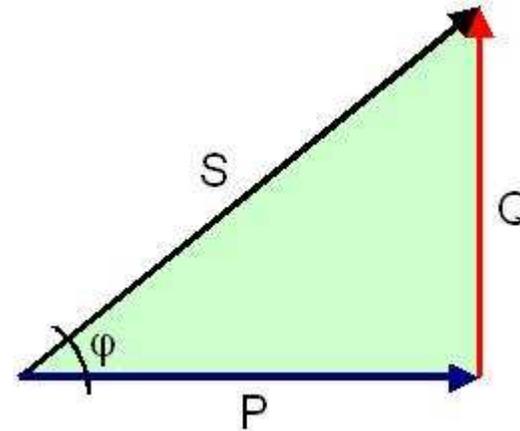
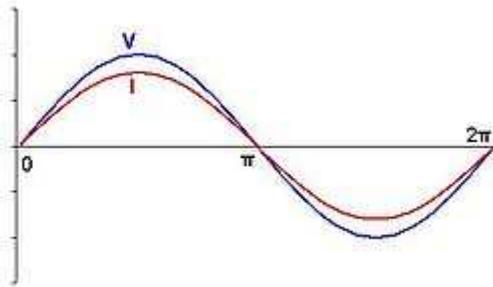
# HISTERESE

- Mostra a característica de um material magnético.



# SISTEMAS MONOFÁSICOS

- Tensão, corrente, triângulo de potência.



$$S^2 = P^2 + Q^2$$

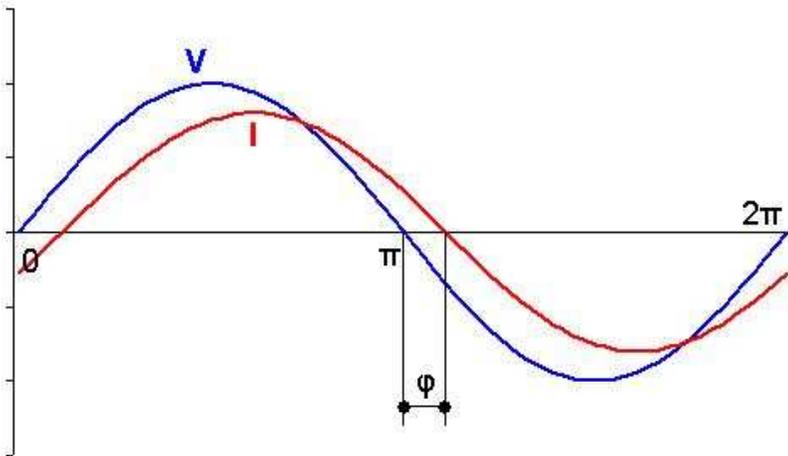
$$P = S |\cos \phi|$$

$$FP = \frac{P}{S}$$

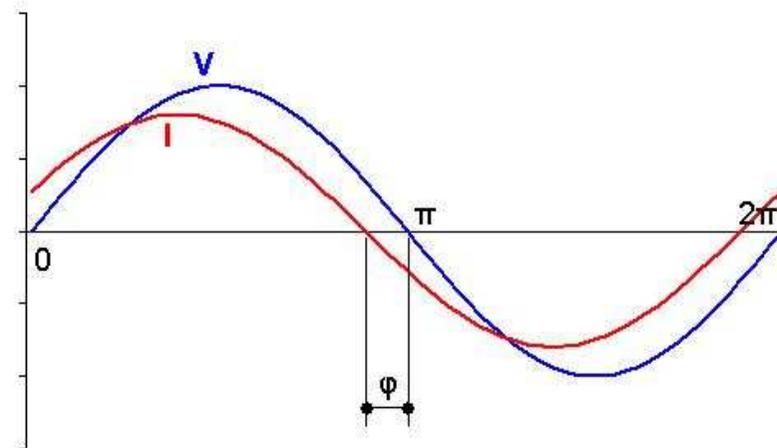
# SISTEMAS MONOFÁSICOS

## ➤ Fator de potência.

FP indutivo



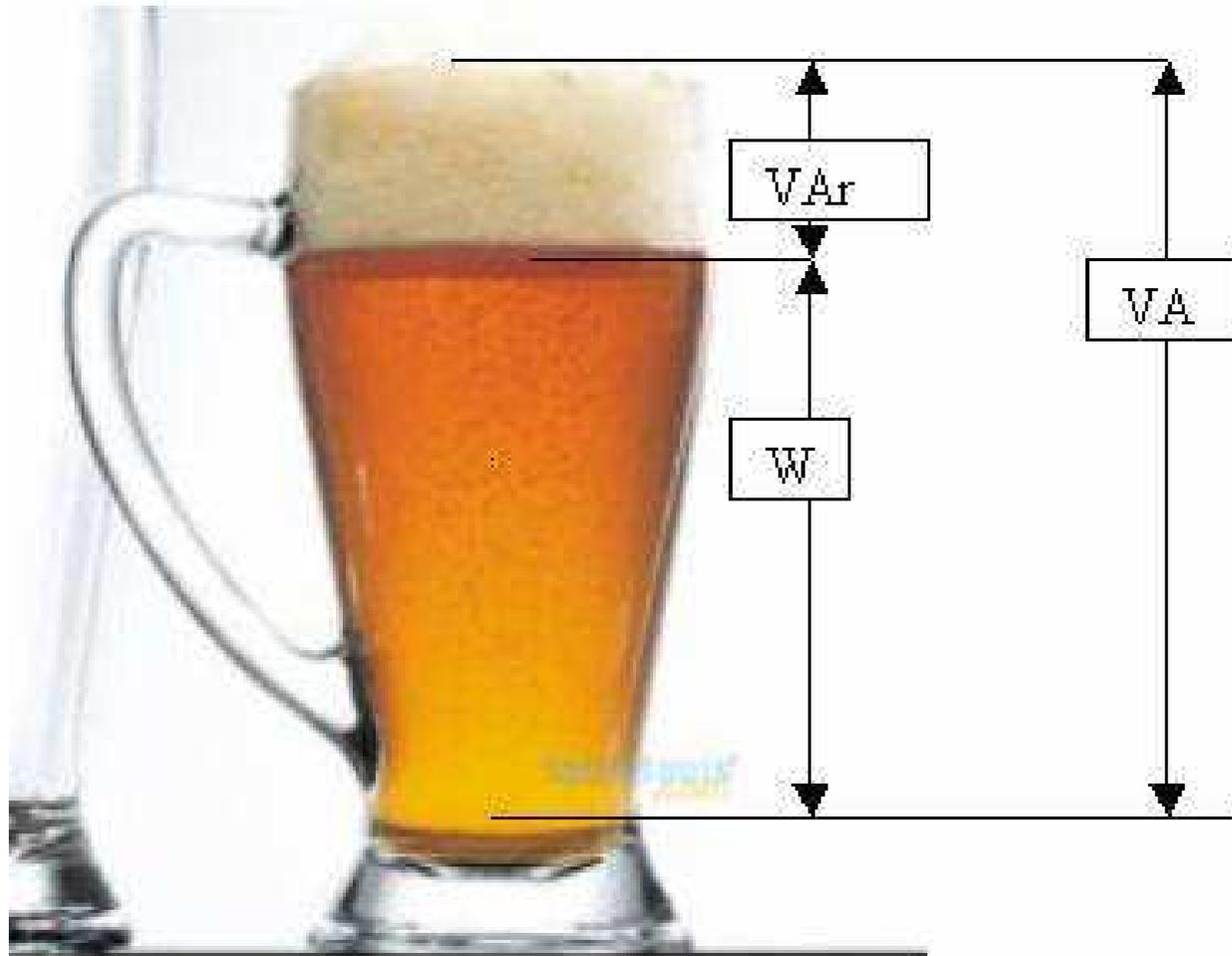
FP capacitivo



$$P = S |\cos \phi|$$

$$FP = \frac{P}{S}$$

# SISTEMAS MONOFÁSICOS

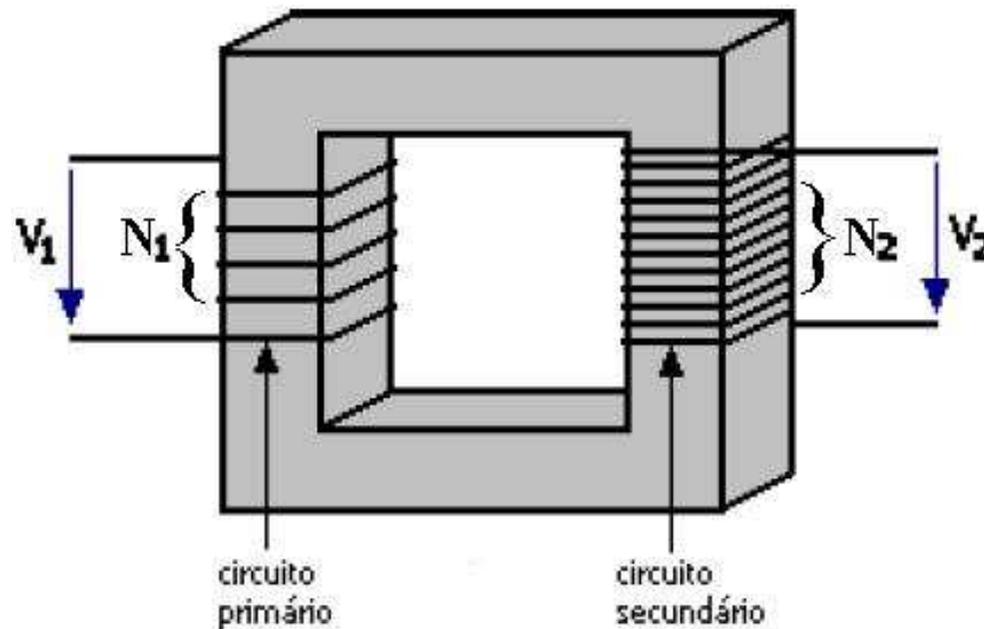


# TRANSFORMADOR

- ✓ **Transformador:** é um dispositivo eletromagnético, tendo duas ou mais bobinas estacionárias acopladas por meio de um fluxo mútuo.
- ✓ **Transformador:** Equipamento elétrico que, por indução eletromagnética, transforma tensão e corrente alternadas entre dois ou mais enrolamentos, com a mesma frequência e, geralmente, com valores diferentes de tensão e corrente.
- ✓ **Transformador:** aparelho que permite transformar corrente alternada de baixa tensão em corrente alternada de alta tensão ou vice-versa.

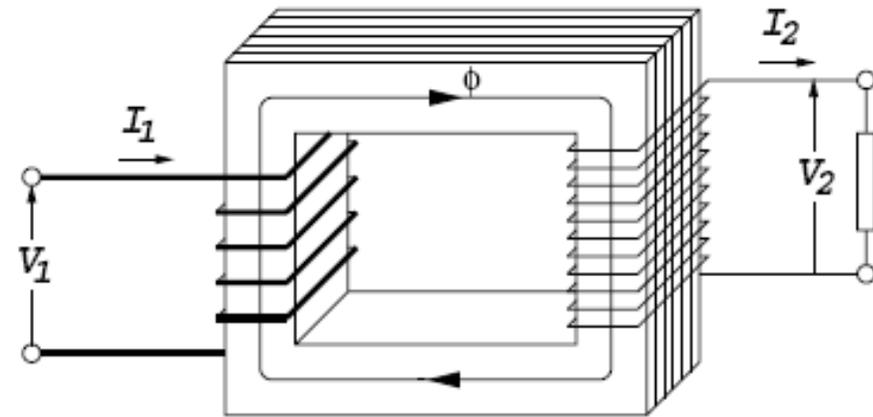
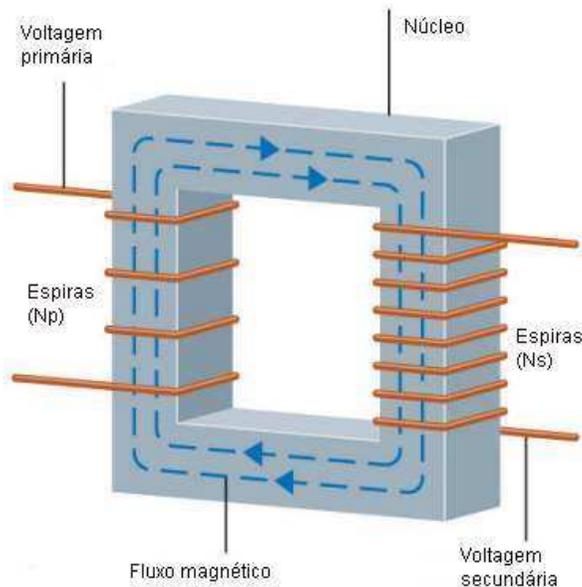
# TRANSFORMADOR

- ✓ O transformador consta de duas bobinas independentes, colocadas próximas uma da outra, e um núcleo de ferro.
- ✓ A bobina que recebe a corrente a ser transformada chama-se primário (P) e a outra, que fornece a corrente transformada, chama-se secundário (S).

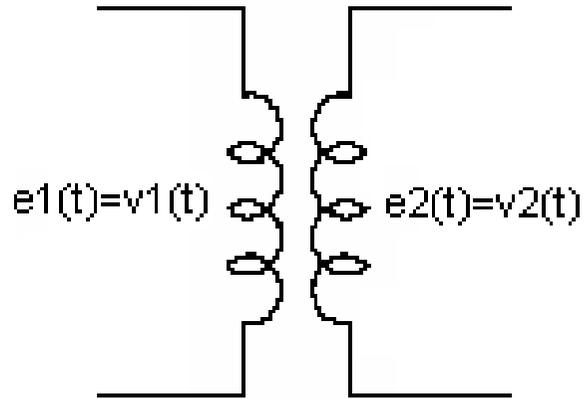


# TRANSFORMADORES

- A corrente alternada no primário origina um fluxo magnético alternado no núcleo. Este fluxo atravessa o secundário originando nele uma corrente alternada induzida.



# TRANSFORMADOR

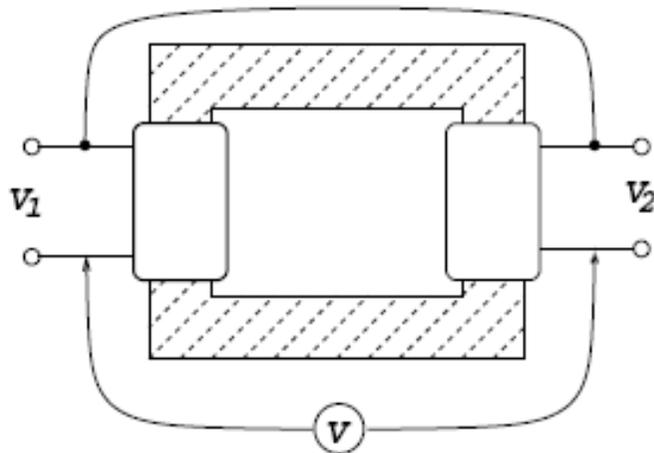


$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2 \rightarrow S_1 = S_2$$

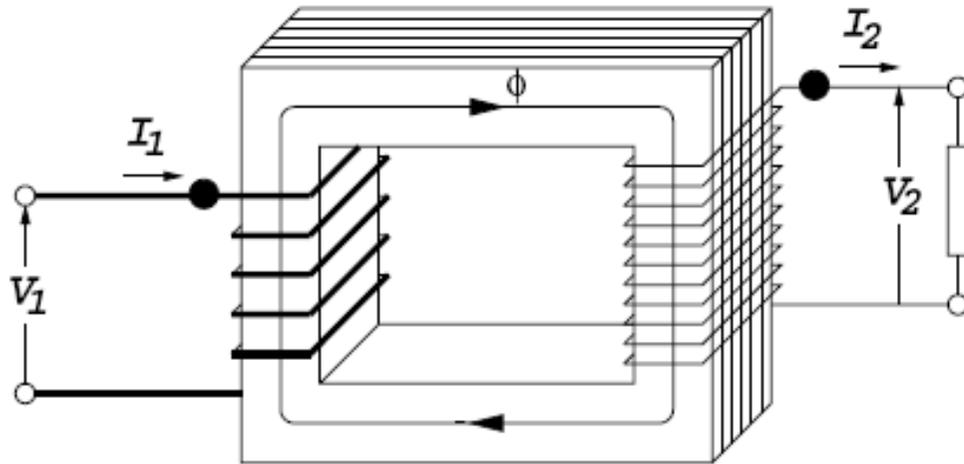
# TRANSFORMADOR

Teste de polaridade

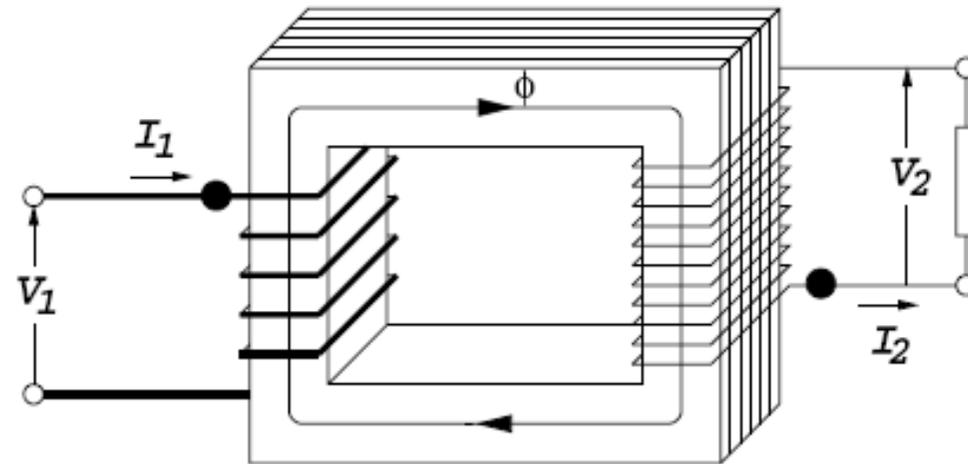


Resultado	Polaridade
$V = V_1 - V_2$	Subtrativa
$V = V_1 + V_2$	Aditiva

# TRANSFORMADORES



Polaridade subtrativa



Polaridade aditiva

# TRANSFORMADORES

## Definições

- ✓ **Transformador de potência** - Transformador cuja finalidade é transformar energia elétrica entre partes de um sistema de potência.
- ✓ **Autotransformador** - Transformador no qual os enrolamentos primário e secundário têm certo número de espiras comuns.
- ✓ **Banco de transformadores** - Conjunto de transformadores monofásicos interligados, de modo a formar o equivalente a um transformador trifásico.

# TRANSFORMADOR IDEAL

- Coeficiente de acoplamento: é a relação entre o fluxo que concatena as duas bobinas e o total:
  - $k = \phi_m / (\phi_m + \phi_1) = M / \sqrt{L_1 \cdot L_2}$
- Ao ser colocado um núcleo de material de boa permeabilidade entre as bobinas 1 e 2, as linhas de força estarão concentradas entre estas bobinas, portanto os fluxos  $\phi_1$  e  $\phi_2$  serão muito pequenos em relação a  $\phi_m$ , fazendo com que a constante de proporcionalidade –  $k$ , tenda a unidade. Assim:  $M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$

# TRANSFORMADOR IDEAL

- Tem um núcleo de permeabilidade infinita e sem perdas;
- Tem enrolamentos elétricos sem perdas;
- Não apresenta fluxo de dispersão.
- $E_1$  e  $E_2$  são fem produzidas por  $\phi_M$ .
- $E_1$  se opõe a  $V_1$  a cada instante.

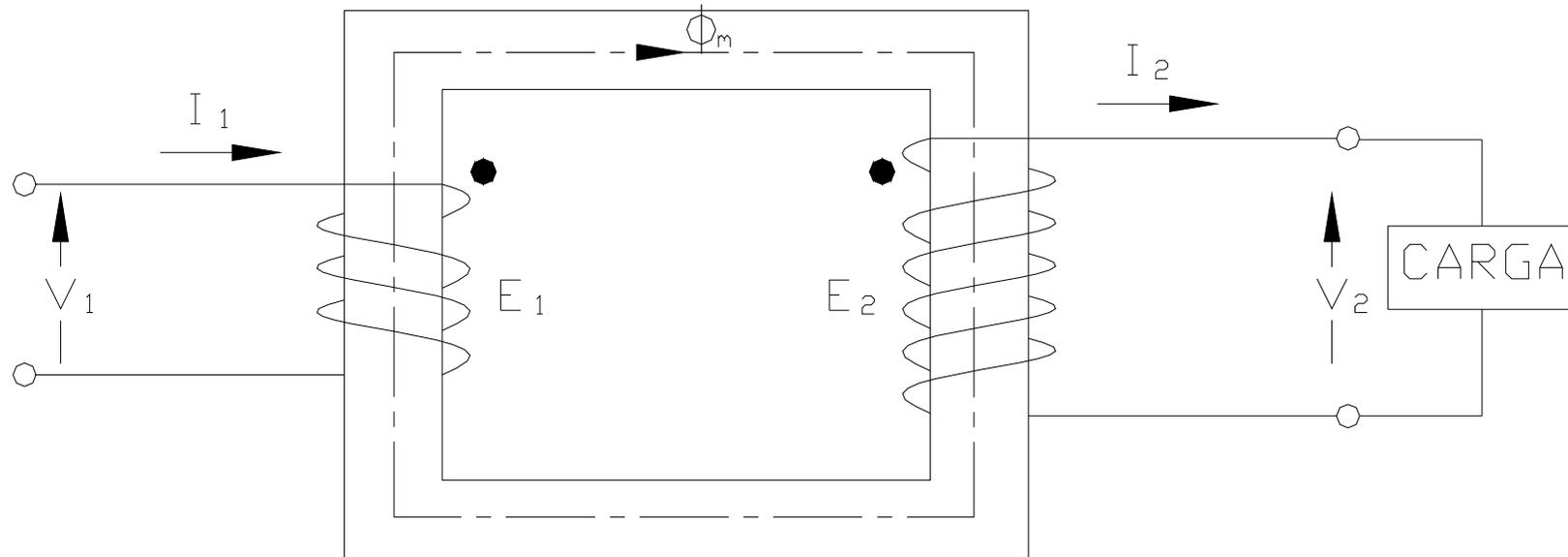
# TRANSFORMADOR IDEAL

- Quando aplicamos uma tensão alternada  $V_1$  no primário, passa a circular  $I_1$ , que por sua vez irá induzir um campo magnético ( $\phi_1 + \phi_m$ ) neste enrolamento. Este fluxo irá induzir no primário uma tensão  $E_1$  contrária a  $V_1$ .
- Se aproximamos outra bobina (secundário) da primeira, parte do fluxo produzido pelo primário irá envolver o secundário ( $\phi_m$ ), induzindo uma tensão  $E_2$  de mesma polaridade que  $E_1$ .

# TRANSFORMADOR IDEAL

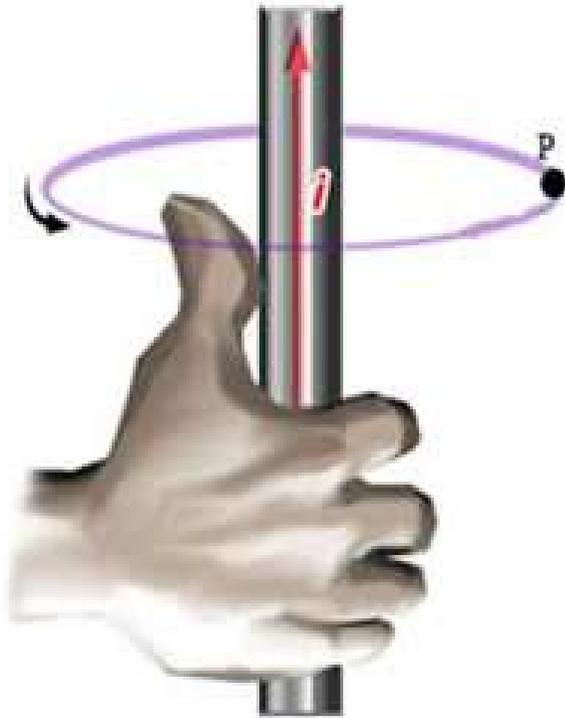
- Ao ligar uma carga no secundário, surgirá uma corrente  $I_2$ , contrária a  $I_1$ .
- O sentido da corrente induzida é fornecido pela lei de Lenz “a força eletromotriz induzida e a corrente induzida geram um fluxo magnético que se opõe à variação do fluxo causador da indução”. Assim, se o módulo do fluxo aumenta, as linhas de indução do fluxo induzido (com as quais você vai aplicar a regra da mão direita) são contrárias às do fluxo induzido se o módulo do fluxo diminui, as linhas de indução do fluxo induzido (com as quais você vai aplicar a regra da mão direita) são do mesmo sentido do fluxo induzido.

# TRANSFORMADOR IDEAL

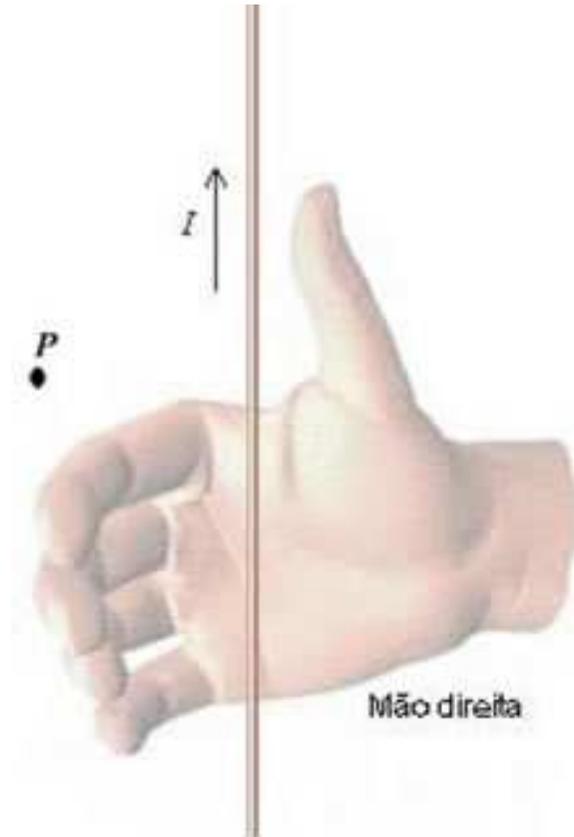


TRANSFORMADOR COM NÚCLEO DE FERRO (IDEAL)

# TRANSFORMADOR IDEAL

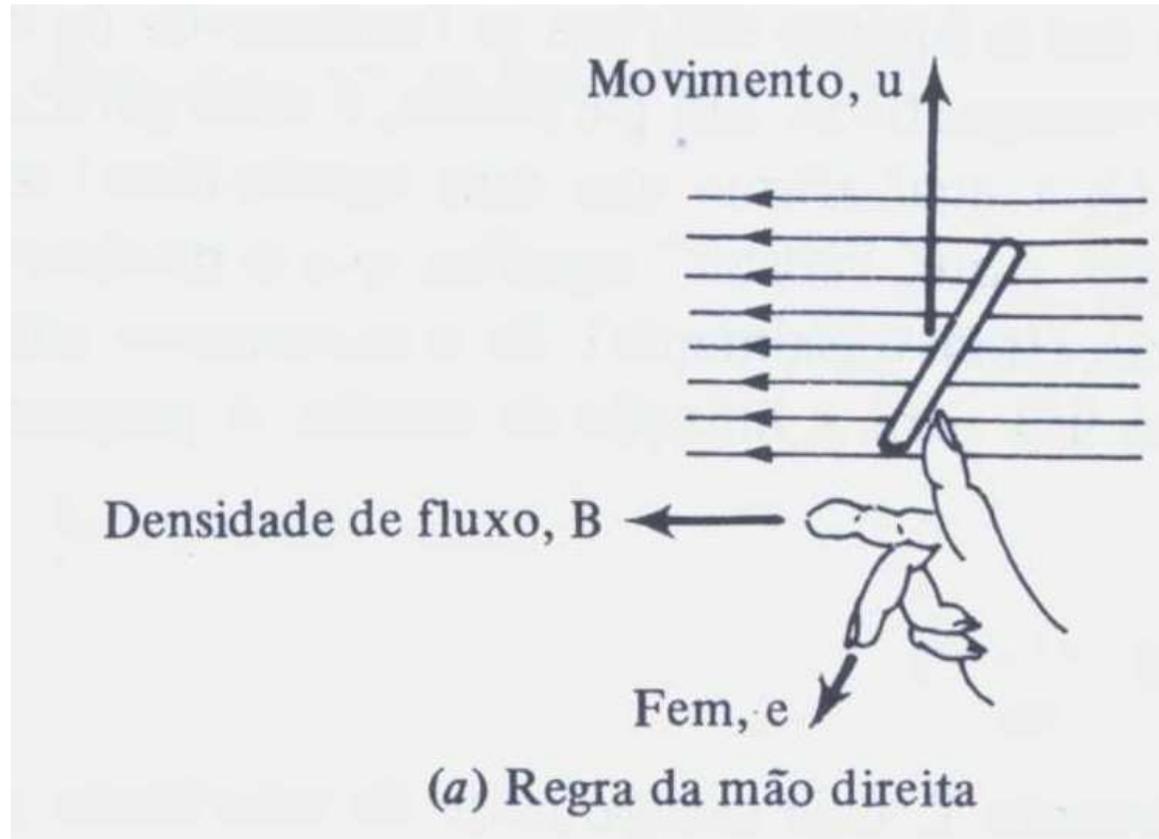


Vetor  $\vec{B}$  no ponto P  
entrando do plano.



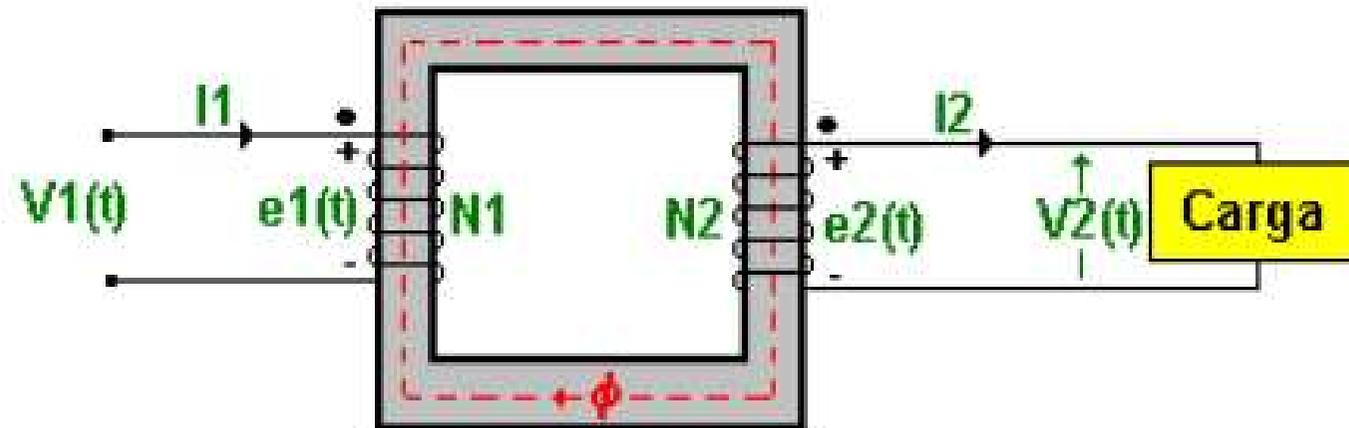
Vetor  $\vec{B}$  no ponto P  
saindo do plano.

# TRANSFORMADOR IDEAL



# TRANSFORMADOR IDEAL

Enrolamentos sem perdas (sem perdas no cobre e no ferro)



# TRANSFORMADOR

## Lei de Faraday

$$e = N \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi = \frac{1}{N} \int e dt$$

# TRANSFORMADOR

$$\phi = \frac{1}{N_1} \int v_1 dt$$

$$\text{Se : } \phi = \phi_{\max} \text{sen}(wt) \Leftrightarrow$$

$$e_1 = wN_1\phi_{\max} \cos(wt)$$

$$e_2 = wN_2\phi_{\max} \cos(wt); \text{ logo :}$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \text{ (relação de espiras)}$$

# TRANSFORMADOR

Se o transformador é ideal :

$$V_1 = e_1$$

$$V_2 = e_2$$

$$V_{\max} = N w \phi_{\max} = N \phi_{\max} 2\pi f$$

$$V_{\max} = V_{ef} \times \sqrt{2}$$

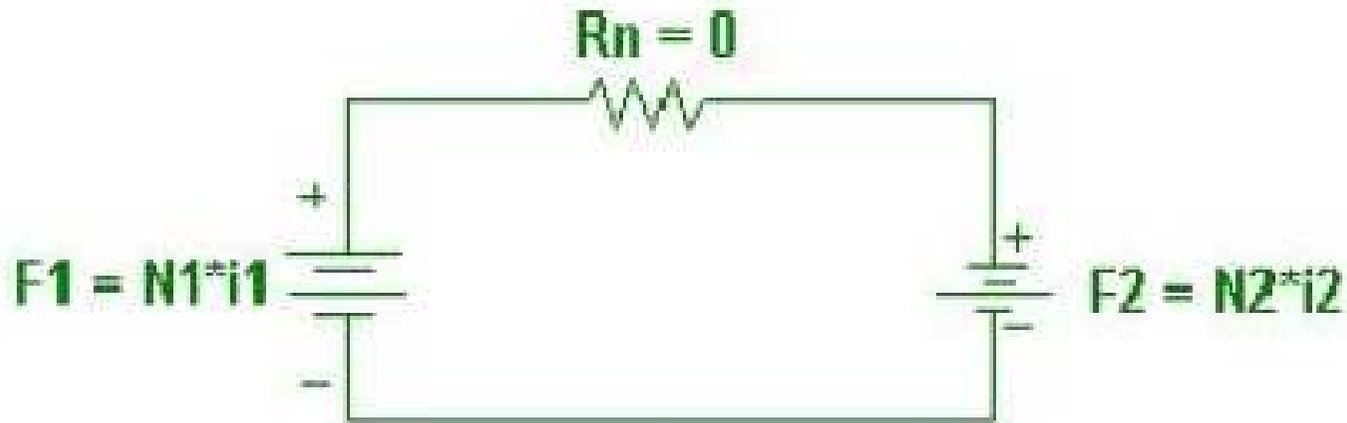
$$V_{ef} = \frac{N \phi_{\max} 2\pi f}{\sqrt{2}}$$

$$V_{ef} = 4,44 f N \phi_{\max}$$

$$\frac{V_{ef}}{N} = 4,44 f \phi_{\max} = 4,44 f (B_m A)$$

# TRANSFORMADOR

- Sendo o transformador ideal, a fmm líquida, ao longo do circuito magnético, deve ser zero:  $N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0$



# TRANSFORMADOR

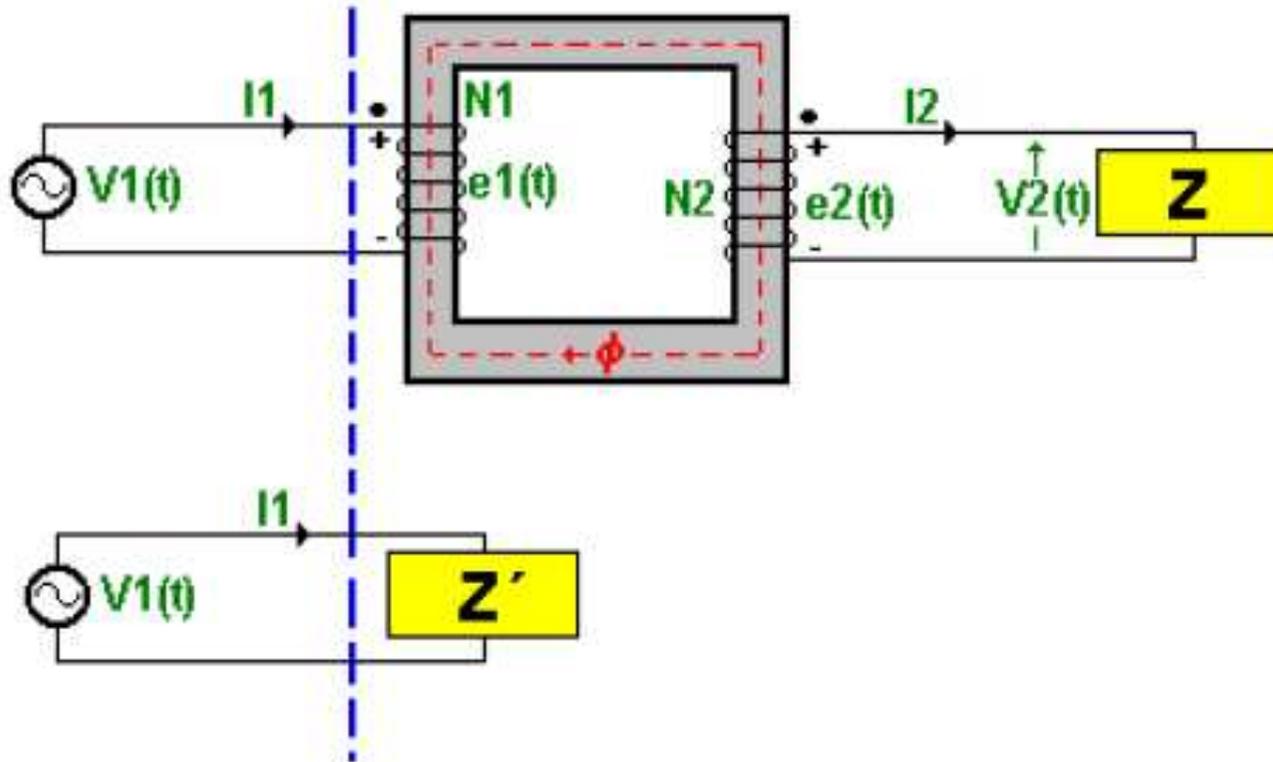
$$N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I_1} \Leftrightarrow \frac{Z_1 I_1}{Z_2 I_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^2 = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 = a^2$$

# TRANSFORMADOR

- Impedância refletida:  $Z' = a^2 Z$



# TRANSFORMADOR

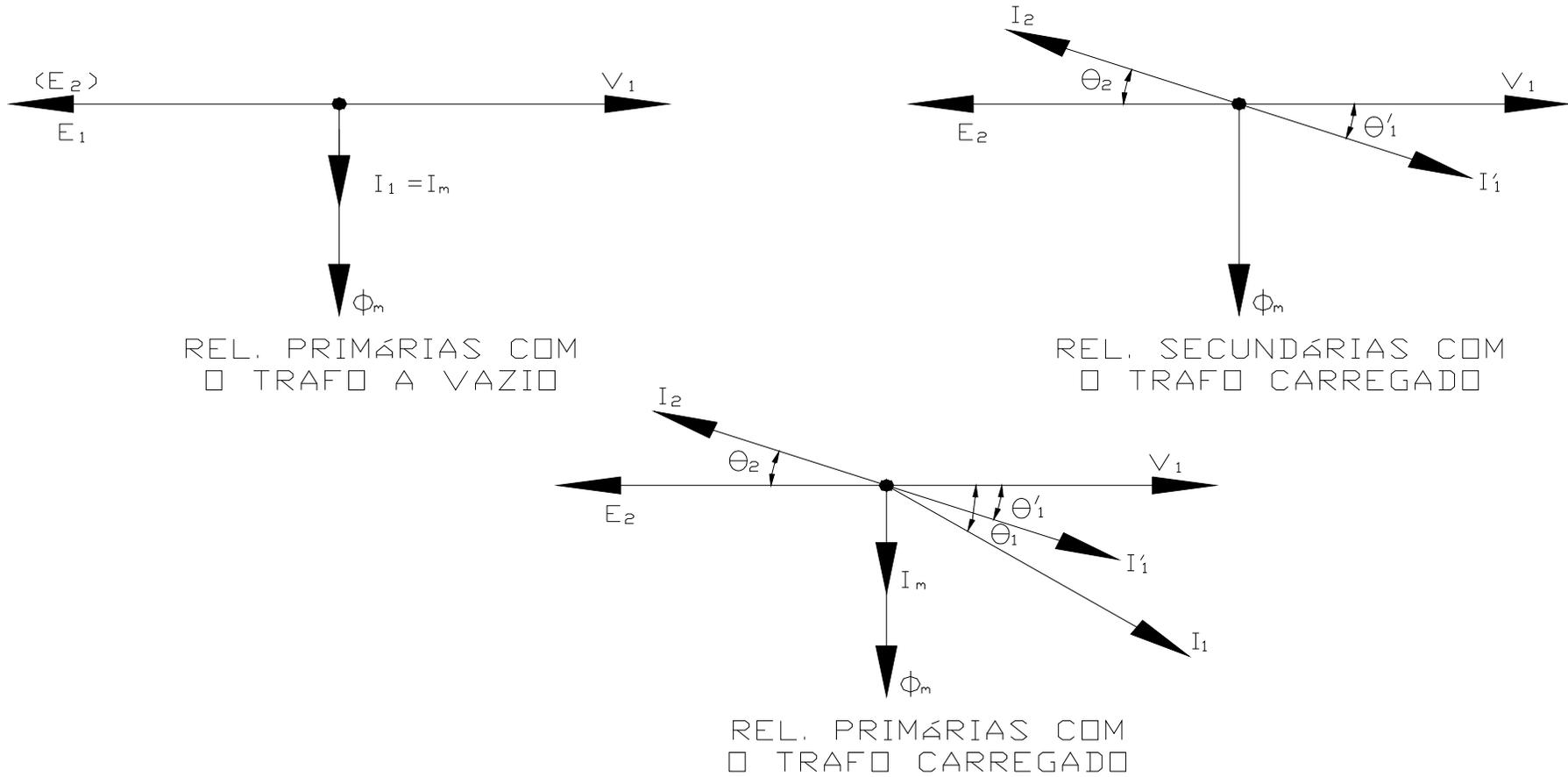
No transformador ideal:

$$P_1 = P_2 = V_1 I_1 = V_2 I_2$$

# TRANSFORMADOR

- Transformador frouxamente acoplado: pequena quantidade de energia é transformada do primário para o secundário.
- Transformador fortemente acoplado: quase toda a energia é transferida do primário para o secundário. Normalmente as bobinas são enroladas sob um mesmo núcleo comum de ferro.

# TRANSFORMADOR IDEAL



$$I_1 = I_m + I'_1$$

# TRANSFORMADOR IDEAL

Exemplos:

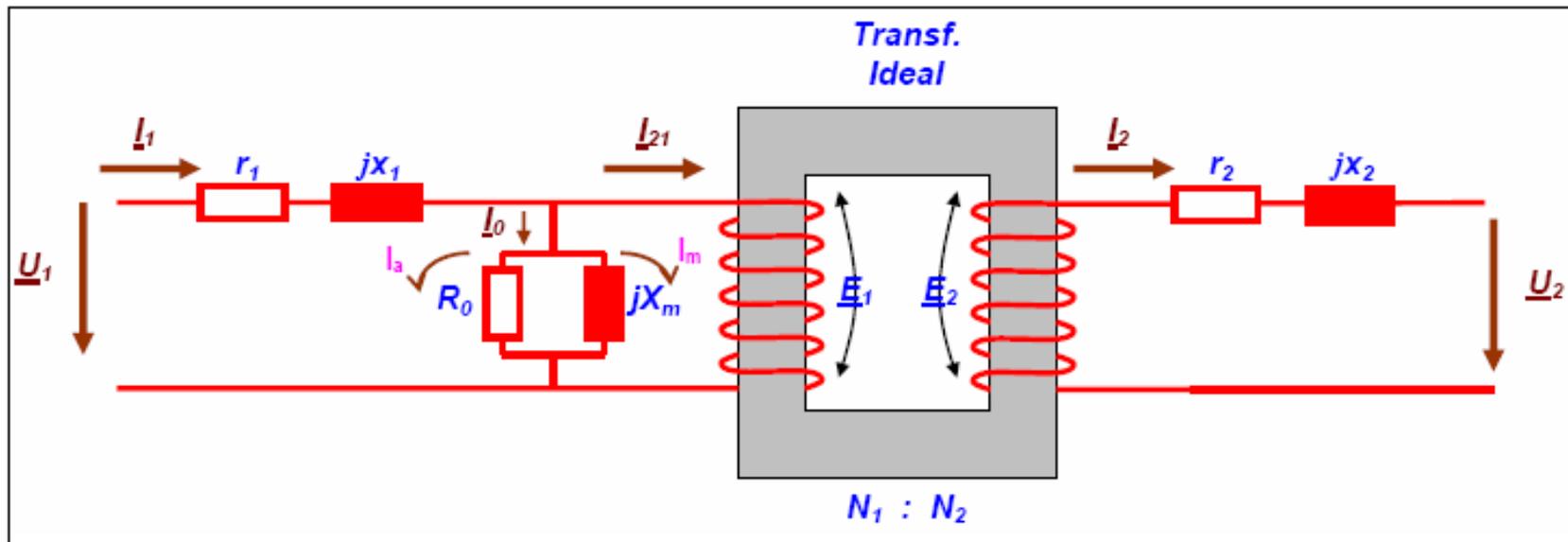
- 1) Um transformador possui 2000 espiras no lado AT e 200 espiras no lado BT. Quando ligado como abaixador a corrente de carga é 30 A e como elevador é 2 A. Calcular para os dois casos: a) a relação de transformação; b) a componente de carga da corrente primária.
- 2) O lado AT de um transformador tem 750 espiras e BT 50 espiras. AT é ligada a uma rede de 120 V, 60 Hz. Em BT é ligada uma carga de 40 A. Calcular: a) a relação de transformação; b) a relação Volt/Espira do primário e secundário; c) a capacidade do transformador necessária para atender a carga; d) a componente de carga da corrente primária
- 3) Um transformador comercial de 210/30 V, 3 kVA, 60 Hz, tem a fem induzida de 3 V/espira. Determinar: a) o número de espiras dos enrolamentos AT e BT; b) a relação de transformação quando utilizado como abaixador e como elevador; c) a corrente nominal para os enrolamentos AT e BT.

# TRANSFORMADOR IDEAL

Exemplos:

- 4) O primário de um transformador tem 200 espiras e é alimentado por uma fonte de 60 Hz, 220 Volts. Qual é o máximo valor de fluxo no núcleo?
- 5) Um transformador de 600/20 V, 1 kVA, 400 Hz, 3000/100 espiras deve ser utilizado a partir de uma rede de 60 Hz. Mantendo a mesma densidade de fluxo permissível, determinar: a) As máximas tensões que podem ser aplicadas aos lados de AT e BT, a 60 Hz; b) As relações volt/espira a 400 Hz e a 60 Hz; c) a capacidade do transformador a 60 Hz.
- 6) O lado AT de um transformador abaixador tem 800 espiras e o lado BT 100 espiras. Uma tensão de 240 V é aplicada ao lado AT e uma impedância de carga de  $3 \Omega$  é ligada ao lado BT. Determinar: a) as correntes e tensões primárias e secundárias; b) a impedância de entrada do primário.

# TRANSFORMADOR REAL



# TRANSFORMADORES

## 1 Definições

1. **Transformador** - Equipamento elétrico que, por indução eletromagnética, transforma tensão e corrente alternadas entre dois ou mais enrolamentos, com a mesma frequência e, geralmente, com valores diferentes de tensão e corrente.

2. **Transformador de potência** - Transformador cuja finalidade é transformar energia elétrica entre partes de um sistema de potência.

3. **Autotransformador** - Transformador no qual os enrolamentos primário e secundário têm certo número de espiras comuns.

4. **Banco de transformadores** - Conjunto de transformadores monofásicos interligados, de modo a formar o equivalente a um transformador trifásico.

# TRANSFORMADORES

5. **Comutador de derivações** - Dispositivo que permite alterar a relação de espiras de um transformador, pela modificação da ligação das derivações de um mesmo enrolamento.
6. **Terminal** - Parte condutora de um transformador destinada a sua ligação elétrica a um circuito externo.
7. **Terminal de linha** - Terminal destinado a ser ligado a uma fase do circuito externo
8. **Terminal de neutro** - Terminal destinado a ser ligado ao neutro do circuito externo.
9. **Terminais correspondentes** - Terminais de enrolamentos diferentes de um transformador, marcados com o mesmo índice numérico e letras diferentes. Por exemplo, num transformador trifásico ligado em (alta tensão) - **Y** (baixa tensão) os terminais marcados são:  $H1, H2$  e  $H3$  -  $X1, X2, X3$  e  $Xo$ .

# TRANSFORMADORES

10. **Ponto neutro** - Ponto de referência, real ou ideal, para todas as tensões de fase de um sistema trifásico.

a) Num sistema simétrico de tensões, o ponto neutro esta, normalmente, no potencial zero.

b) Num sistema trifásico ligado em estrela , o ponto neutro e o ponto comum.

11. **Derivação** - Ligação feita em qualquer ponto de um enrolamento, de modo a permitir a mudança das relações de tensões e de correntes através da mudança da relação de espiras.

12. **Enrolamento** - Conjunto de espiras que constituem um circuito elétrico de um transformador.

13. **Enrolamento primário** - Enrolamento que recebe energia.

14. **Enrolamento secundário** - Enrolamento que fornece energia.

# TRANSFORMADORES

15. **Carga** - Conjunto dos valores das grandezas elétricas que caracterizam as solicitações impostas em cada instante ao transformador pelo sistema elétrico a ele ligado.

16. **Perda em vazio** - Potência absorvida por um transformador, quando alimentado em tensão e frequência nominais por um de seus enrolamentos, com todos os outros enrolamentos em aberto.

# TRANSFORMADORES

**17. Corrente de excitação** - Corrente que percorre o terminal de linha de um enrolamento, sob a tensão e frequência nominais, estando o(s) outro(s) enrolamento(s) em circuito aberto.

**a)** A corrente de excitação de um enrolamento é frequentemente expresso em percentagem da corrente nominal desse enrolamento. Em transformadores de vários enrolamentos, essa percentagem é referida ao enrolamento de potência nominal mais elevada.

**b)** Em transformadores trifásicos, as correntes de excitação nos três terminais de linha podem ser diferentes. Se neste caso, os valores das diferentes correntes de excitação não forem indicados separadamente, será admitido que a corrente de excitação é a média aritmética destas correntes.

# TRANSFORMADORES

18. **Perda em carga** - Potência ativa absorvida na frequência nominal, quando os terminais de linha de um dos enrolamentos forem percorridos pela corrente nominal, estando os terminais dos outros enrolamentos curto-circuitados.

19. **Perdas totais** - Soma das perdas em vazio e em carga.

20. **Rendimento** - Relação, geralmente expressa em percentagem, entre a potência ativa fornecida e a potência ativa recebida pelo transformador.

# TRANSFORMADORES

**21. Regulação** - Diferença aritmética entre a tensão em vazio e a tensão em carga nos terminais do mesmo enrolamento, com uma carga especificada, sendo a tensão aplicada ao outro ou a um dos outros enrolamentos, igual a:

a) a sua tensão nominal, se estiver ligado na derivação principal;

b) tensão de derivação, se estiver ligado em outra derivação.

Essa diferença e, geralmente, expressa em percentagem da tensão em vazio do primeiro enrolamento.

**Nota.:** Para transformadores com mais de dois enrolamentos, a regulação depende não somente da carga do enrolamento considerado, mas também da carga nos outros enrolamentos.

# TRANSFORMADORES

**22. Característica nominal** - Conjunto de valores nominais atribuídos as grandezas que definem o funcionamento de um transformador, nas condições especificadas na Norma correspondente, e que servem de base as garantias do fabricante e aos ensaios.

a) A característica nominal refere-se a derivação principal.

b) As tensões e correntes são dadas em valores eficazes.

**23. Ensaio de rotina** - Ensaio realizado para verificar se o tem ensaiado esta em condições adequadas de funcionamento ou de utilização, de acordo com a respectiva especificação. **Nota:** Este ensaio pode ser realizado em cada uma das unidades fabricadas, ou em uma amostra de cada lote de unidades fabricadas, conforme prescrito na norma pertinente.

# TRANSFORMADORES

24. **Ensaio de tipo** - Ensaio realizado em uma ou mais unidades fabricadas segundo um certo projeto, para demonstrar que esse projeto satisfaz certas condições especificadas.

25. **Ensaio especial** - Ensaio que a norma pertinente não considera de tipo ou de rotina, e realizado mediante acordo prévio entre fabricante e cliente.

26. **Impedância de curto-circuito** - Impedância equivalente, expressa em ohms por fase, medida entre os terminais de um enrolamento, com outro enrolamento curto-circuitado, quando circula, sob frequência nominal, no primeiro enrolamento, uma corrente nominal. A impedância de curto-circuito e, geralmente, expressa em percentagem, tendo como valores de base a tensão e a potência nominais do enrolamento.

# TRANSFORMADORES

27. **Tensão de curto-circuito** - A tensão aplicada entre os terminais de um enrolamento, com outro enrolamento curto-circuitado, quando circula, sob frequência nominal, no primeiro enrolamento, uma corrente nominal. **Nota:** Quando expressas em percentagem, a impedância de curto-circuito e a tensão de curto-circuito são numericamente iguais.

28. **Resistência de curto-circuito** - Componente resistiva da impedância de curto circuito.

29. **Reatância de curto-circuito** - Componente reativa da impedância de curto circuito.

# TRANSFORMADORES

30. **Derivação principal** - Derivação a qual e referida a característica nominal do enrolamento.

31. **Fator de derivação** - E definida por:  $100(U_d/U_n)$  (1)

Sendo:

(a)  $U_d$  : tensão induzida em vazio nos terminais do enrolamento ligado na derivação considerada, quando e aplicada a tensão nominal no outro enrolamento.

(b)  $U_n$  : tensão nominal do enrolamento.

32. **Derivação superior** - Derivação cujo fator de derivação e maior do que 1.

33. **Derivação inferior** - Derivação cujo fator de derivação e menor do que 1.

# TRANSFORMADORES

34. **Degrau de derivação** - Diferença entre os fatores de derivação, expressos em percentagem, de duas derivações adjacentes.

35. **Faixa de derivação** - Faixa de variação do fator de derivação, expresso em percentagem e referido ao valor 100. **Nota:** Se esse fator varia de  $(100 + a)\%$  a  $(100 - b)\%$ , a faixa de derivação é  $(+a\%, -b\%)$  ou  $a\%$ , quando  $a = b$ .

36. **Polaridade dos terminais** - De um transformador: Designação dos sentidos relativos instantâneos das correntes nos terminais do transformador.

# TRANSFORMADORES

## *2 SENTIDO DA CORRENTE SECUNDARIA 4*

**37. Polaridade subtrativa** - Polaridade dos terminais de um transformador monofásico, tal que, ligando-se um terminal primário a um terminal secundário correspondente e aplicando-se a tensão a um dos enrolamentos, a tensão entre os terminais não ligados é igual a diferença das tensões nos enrolamentos.

**38. Polaridade aditiva** - Polaridade dos terminais de um transformador monofásico, tal que, ligando-se um terminal primário a um terminal secundário não correspondente e aplicando-se a tensão a um dos enrolamentos, a tensão entre os terminais não ligados é igual a soma das tensões nos enrolamentos.

**39. Marca da polaridade** - Cada um dos símbolos utilizados para identificar as polaridades dos terminais de um transformador.

# TRANSFORMADORES

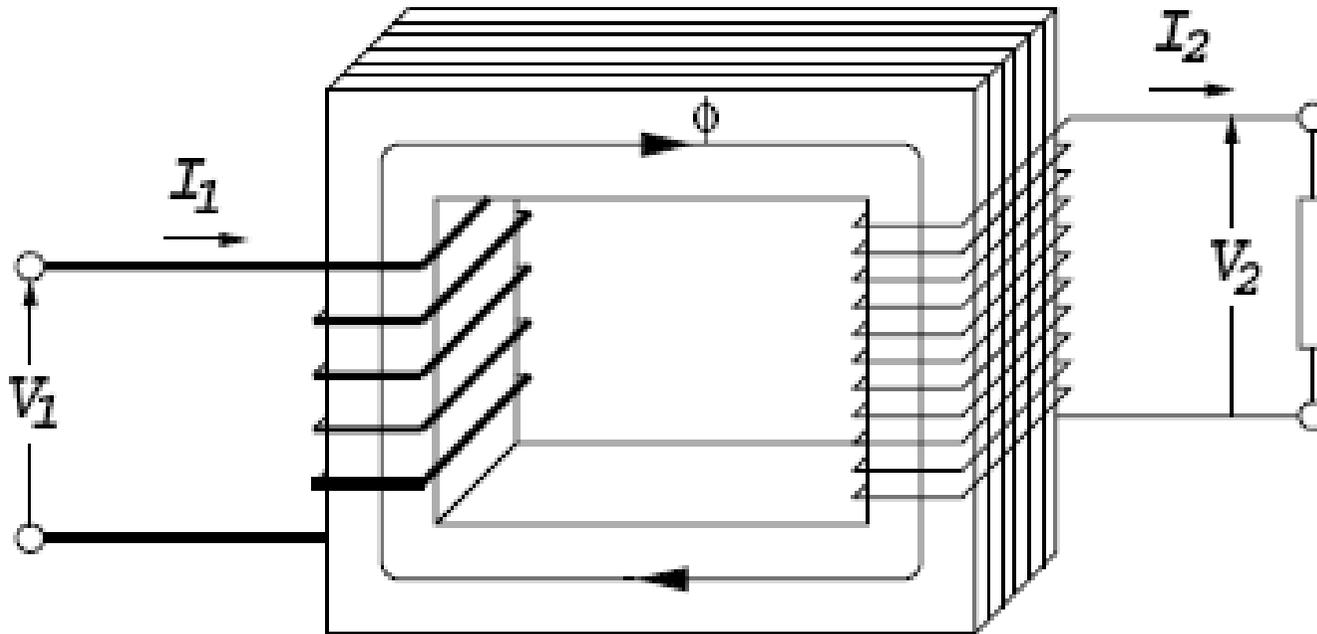
## 2 Sentido da corrente secundaria

Num transformador, a intensidade da corrente secundaria e a sua relação de fase com a tensão secundaria dependem da natureza da carga, entretanto, a cada instante o sentido dessa corrente deve ser tal que se oponha a qualquer variação no valor do fluxo magnético . Esta condição esta de acordo com a lei de Lenz: **o sentido da corrente induzida sempre contraria a causa que lhe da a origem.**

A Figura 1 mostra um transformador monofásico com enrolamento do primário no sentido anti-horário e o do secundário no sentido horário. Considerando a corrente instantânea  $I_1$  crescente entrando no terminal superior do enrolamento primário, criara um fluxo magnético crescente, que circulara no núcleo no sentido horário (regra da mão direita). Para que a lei de Lenz seja satisfeita, a corrente secundaria  $I_2$  devera sair do terminal superior do enrolamento secundário

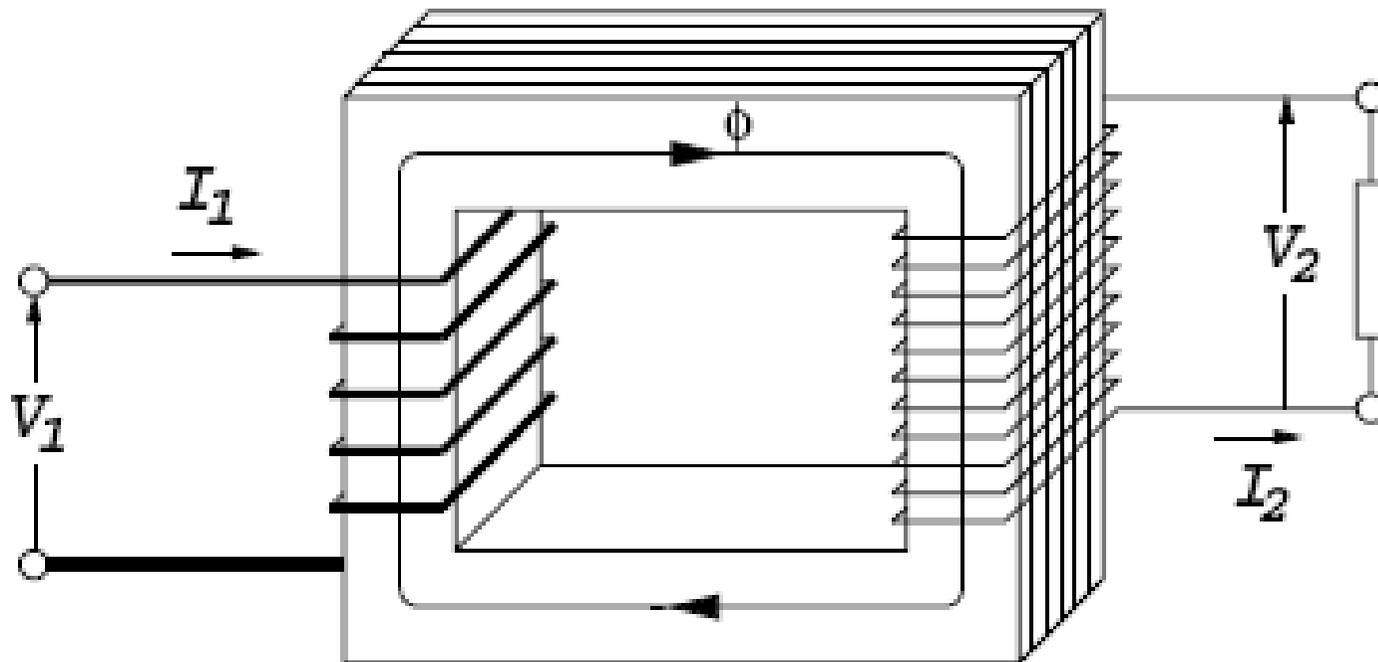
# TRANSFORMADORES

## SENTIDO DA CORRENTE SECUNDÁRIA COM CARGA



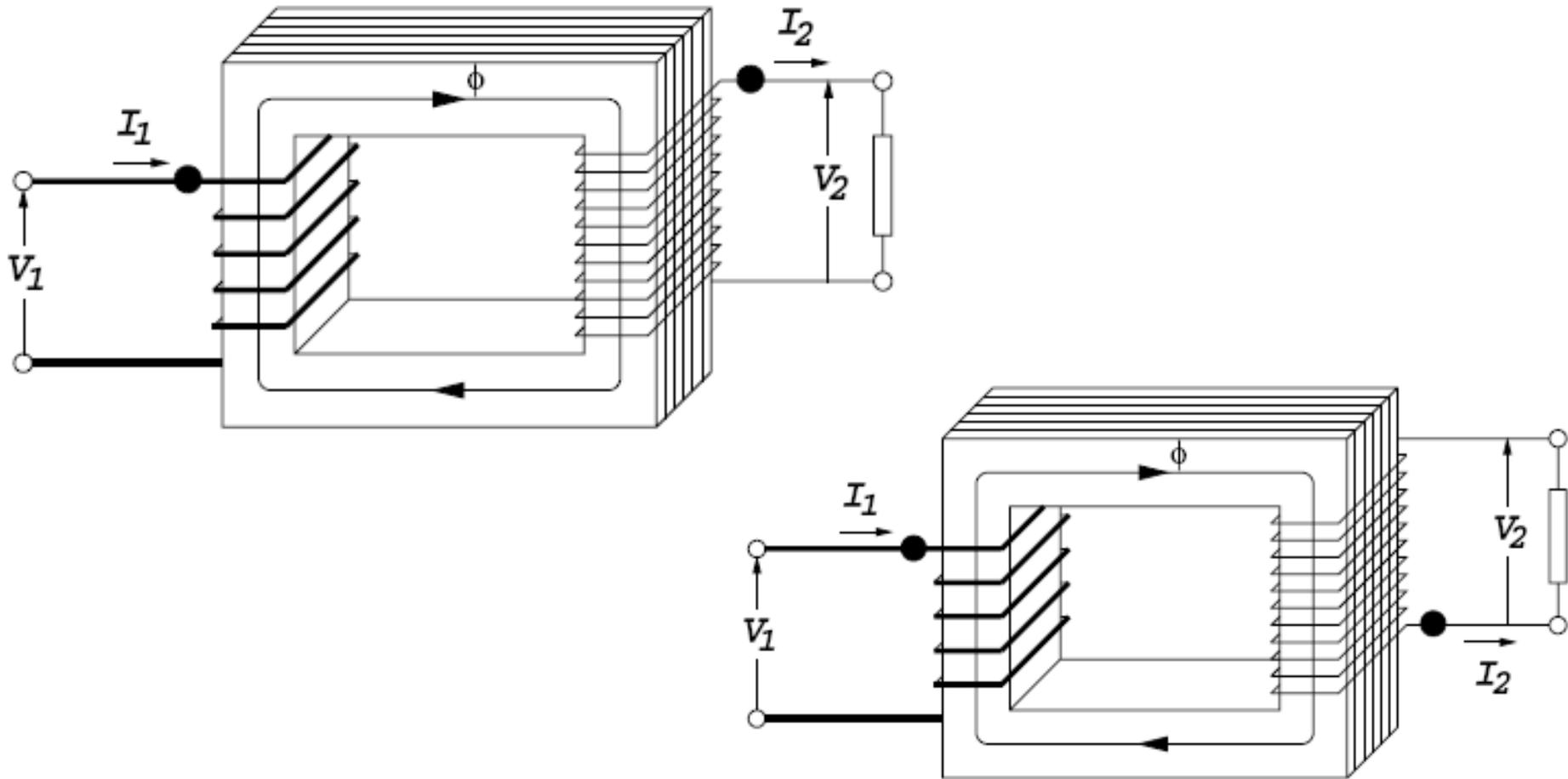
# TRANSFORMADORES

SENTIDO DA CORRENTE SECUNDÁRIA COM CARGA:  
ENROLAMENTO DO SECUNDÁRIO NO SENTIDO ANTI-  
HORÁRIO



# TRANSFORMADORES

## MARCA DA POLARIDADE

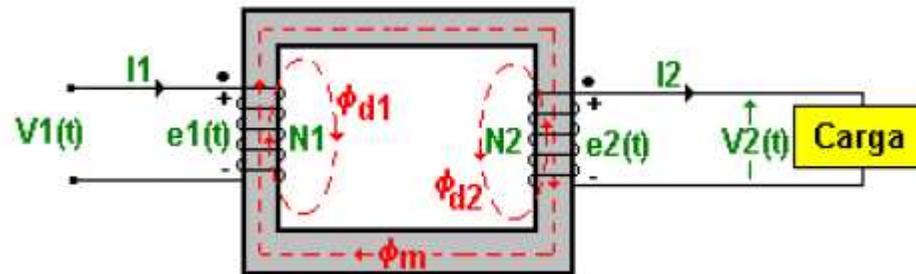


# TRANSFORMADOR

- Componentes básicos de um transformador:
  - núcleo
  - enrolamento primário
  - enrolamento secundário

# TRANSFORMADOR REAL

## Transformador em carga



Embora hermeticamente acoplado pelo núcleo de ferro, uma pequena porção de fluxo disperso é produzida nos enrolamentos primário ( $\phi_{d1}$ ) e secundário ( $\phi_{d2}$ ), além do fluxo mútuo ( $\phi_m$ ).

O fluxo disperso primário ( $\phi_{d1}$ ), produz uma reatância indutiva primária  $X_1$  e o fluxo disperso secundário ( $\phi_{d2}$ ), produz uma reatância secundária  $X_2$ . Para se levar em conta a dispersão do fluxo magnético, justifica-se a ligação de indutâncias  $X_1$  e  $X_2$  em série com os enrolamentos.

# TRANSFORMADOR REAL

No transformador real, teremos novamente os fluxos dispersos no primário e secundário, que irão provocar reatâncias  $X_1$  e  $X_2$ .

Quando aplicamos uma tensão alternada  $V_1$  no primário, passa a circular  $I_1$ , que por sua vez irá induzir um campo magnético ( $\phi_1 + \phi_m$ ) neste enrolamento. Este fluxo irá induzir no primário uma tensão  $E_1$  contrária a  $V_1$ .

Se aproximamos outra bobina (secundário) da primeira, parte do fluxo produzido pelo primário irá envolver o secundário ( $\phi_m$ ), induzindo uma tensão  $E_2$  também contrária ao efeito que a está criando, portanto de mesma polaridade que  $E_1$ .

Ao ligar uma carga no secundário, surgirá uma corrente  $I_2$ , contrária a  $I_1$ . O sentido desta corrente pode ser confirmado pela regra da mão direita.

# TRANSFORMADOR REAL

## Transformador em carga

**Terminal** - Parte condutora de um transformador destinada a sua ligação elétrica a um circuito externo.

**Terminal de linha** - Terminal destinado a ser ligado a uma fase do circuito externo

**Derivação** - Ligação feita em qualquer ponto de um enrolamento, de modo a permitir a mudança das relações de tensões e de correntes através da mudança da relação de espiras.

**Enrolamento** - Conjunto de espiras que constituem um circuito elétrico de um transformador.

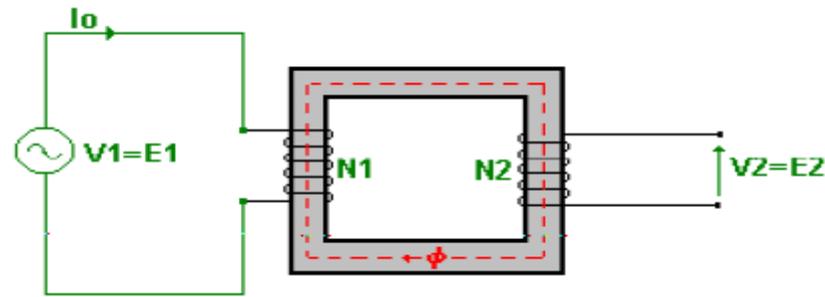
**Enrolamento primário** - Enrolamento que recebe energia.

**Enrolamento secundário** - Enrolamento que fornece energia.

**Carga** - Conjunto dos valores das grandezas elétricas que caracterizam as solicitações impostas em cada instante ao transformador pelo sistema elétrico a ele ligado.

# TRANSFORMADOR REAL

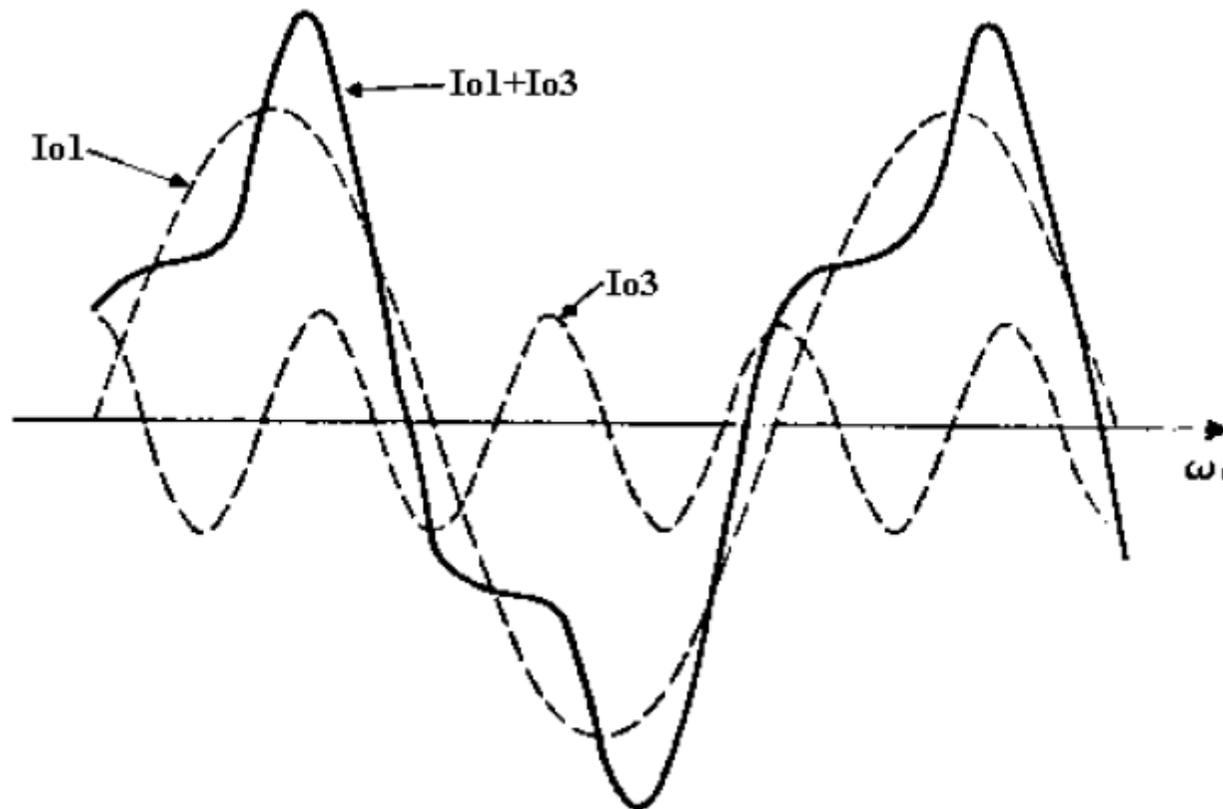
Transformador a vazio



**Corrente de excitação** - Corrente que percorre o terminal de linha de um enrolamento, sob a tensão e frequência nominais, estando o(s) outro(s) enrolamento(s) em circuito aberto.

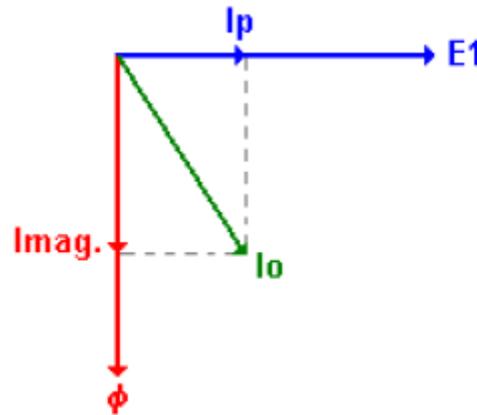
# TRANSFORMADOR REAL

Componentes fundamental e de 3ª ordem da corrente a vazio  
(de excitação)



# TRANSFORMADOR REAL

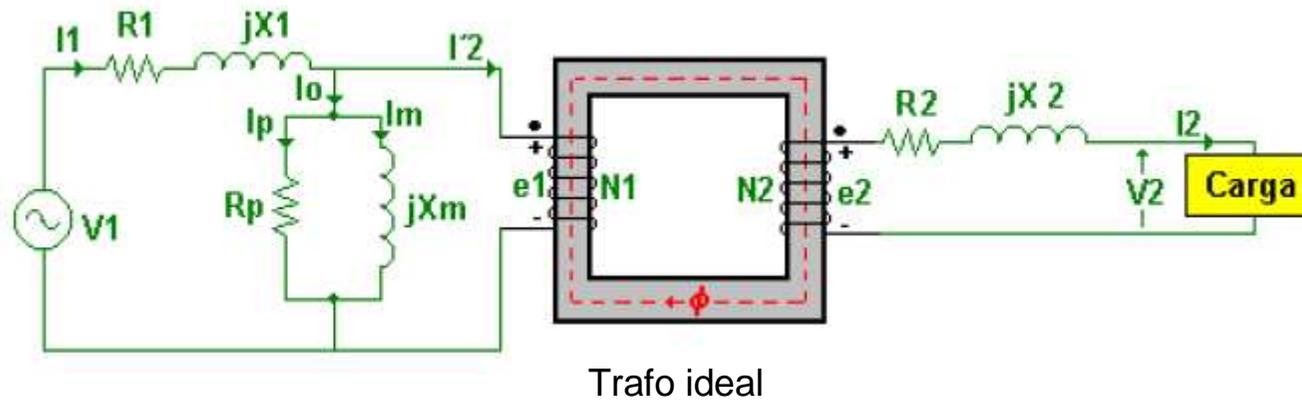
Componentes de perda e de magnetização da corrente a vazio (de excitação)



**Perda em vazio** - Potência absorvida por um transformador, quando alimentado em tensão e freqüência nominais por um de seus enrolamentos, com todos os outros enrolamentos em aberto.

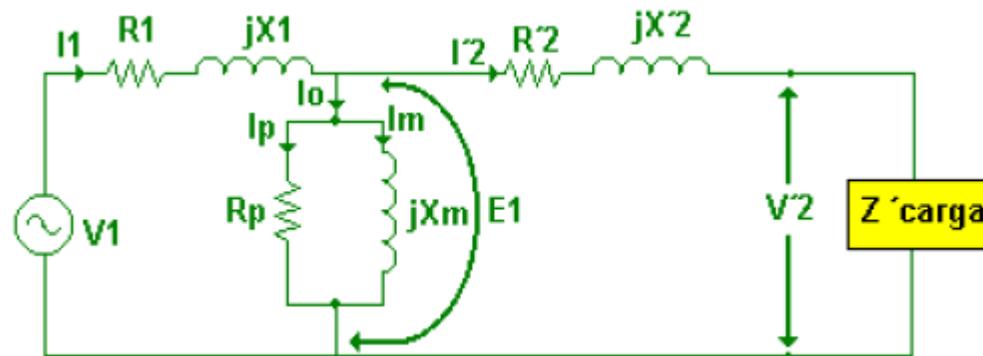
# TRANSFORMADOR REAL

Impedâncias do transformador real



# TRANSFORMADOR REAL

Valores referidos ao lado primário



$$R'_2 = a^2 R_2$$

$$j X'_2 = a^2 j X_2$$

$$V'_2 = a V_2$$

$$I'_2 = I_2 / a$$

$$Z'_{\text{carga}} = a^2 Z_{\text{carga}}$$

# TRANSFORMADOR REAL

## Perdas magnéticas no núcleo ou Perdas no ferro

### ■ Perda Foucault:

$V_1(t)$  enrolamento  $\Rightarrow I_{\text{magnetização}}$   $\Rightarrow \phi(t)$  núcleo  $\Rightarrow B(t)$  núcleo  $\Rightarrow e(t)$  núcleo  $\Rightarrow I(t)$  núcleo  $\Rightarrow$

$$P_{\text{foucault}}(t) = RI^2(t) \text{ núcleo}$$

Para diminuir essas perdas o núcleo é feito com chapas laminadas e isoladas com verniz uma da outra, além disso, quanto maior for a resistividade do material ferromagnético, menores serão essas correntes e menores essas perdas. A adição de silício aos aços-carbono confere aumento de resistividade.

Essas perdas podem ser determinadas aproximadamente por:

$$P_{\text{foucault}} = K_f \text{Vol} (f B_{\text{máx}} e)^2$$

Onde:

$K_f$  = constante que depende do material do núcleo

$\text{Vol}$  = volume ativo do núcleo =  $K_e \cdot (\text{volume geométrico do núcleo}) = K_e a b h$

$K_e$  = fator de empilhamento

Portanto:

$$P_{\text{foucault}} = K' B_{\text{máx}}^2$$

# TRANSFORMADOR REAL

## Perdas magnéticas no núcleo ou Perdas no ferro

### ■ Perda Histerética:

Perda devido a diferença entre a energia absorvida e a devolvida a fonte em um ciclo completo de magnetização. Ela vale aproximadamente:

$$P_h = K_h B_{\text{máx}}^\eta ; \eta = 1,5 \text{ a } 2,5 \quad \Rightarrow P_h = K_h B_{\text{máx}}^2$$

Onde:

$K_h$  = constante que depende do material do núcleo

$B_{\text{máx}}$  = máxima densidade de fluxo atingida na magnetização cíclica

$\eta$  = expoente que depende do valor de  $B_{\text{máx}}$  atingido

### ■ Logo:

$$P_{\text{ferro}} = P_{\text{foucault}} + P_h$$

$$P_{\text{ferro}} = K' B_{\text{máx}}^2 + K_h B_{\text{máx}}^2$$

$$P_{\text{ferro}} = K'' B_{\text{máx}}^2$$

$$E_1 = 4,44 f N \phi_{\text{máx}}$$

$$E_1 = 4,44 f N S B_{\text{máx}}$$

$$E_1 = K B_{\text{máx}}$$

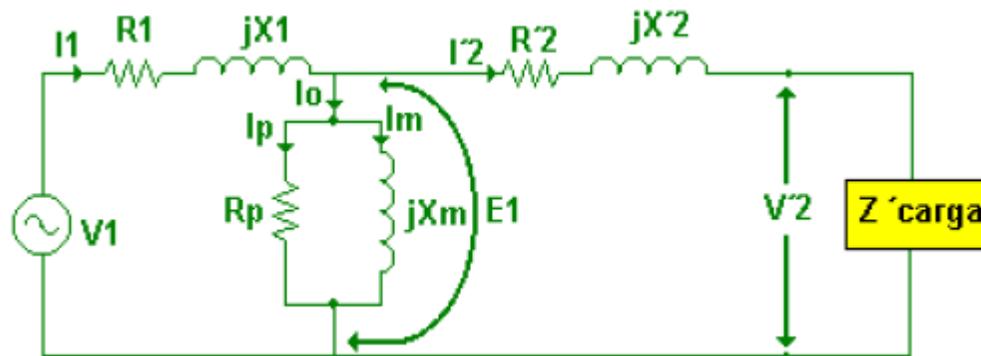
### ■ Portanto:

$$P_{\text{ferro}} = K''' E_1$$

$$P_{\text{ferro}} = E_1 I_P \quad \text{ou} \quad P_{\text{ferro}} = R_P I_P^2 \quad \text{ou} \quad P_{\text{ferro}} = \frac{E_1^2}{R_P}$$

# TRANSFORMADOR REAL

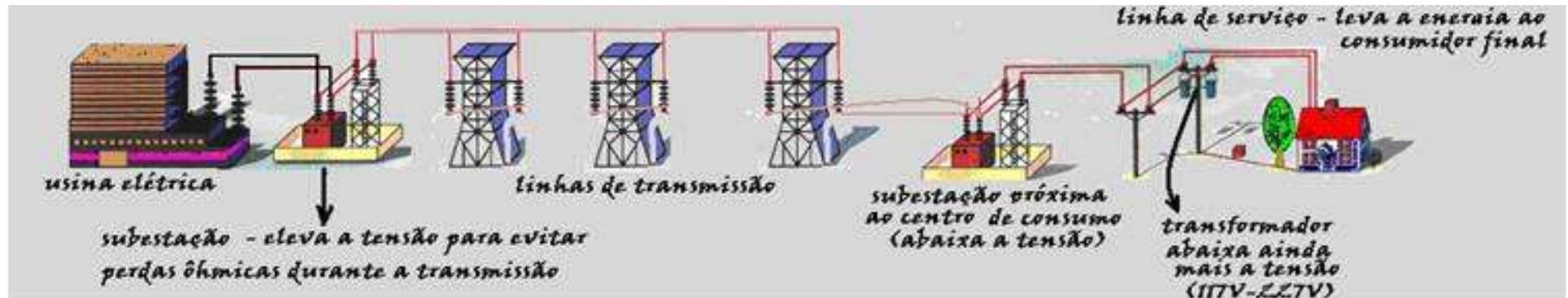
Perda em carga



**Perda em carga** - Potência ativa absorvida na freqüência nominal, quando os terminais de linha de um dos enrolamentos forem percorridos pela corrente nominal, estando os terminais dos outros enrolamentos curto-circuitados.

# TRANSFORMADOR REAL

Perda em carga



# TRANSFORMADOR REAL

## Rendimento

**Rendimento** - Relação, geralmente expressa em percentagem, entre a potência ativa fornecida e a potência ativa recebida pelo transformador.

$$\eta = \frac{P_{sai\grave{a}}}{P_{entra\grave{d}a}} = \frac{P_{sai\grave{a}}}{P_{sai\grave{d}a} + Perdas} = \frac{P_{entra\grave{d}a} - Perdas}{P_{entra\grave{d}a}} = 1 - \frac{Perdas}{P_{entra\grave{d}a}}$$

$$Perdas = P_{joule1} + P_{joule2} + P_{ferro}$$

$$P_{entra\grave{d}a} = V_1 I_1 \cos\phi_1$$

$$P_{sai\grave{d}a} = V_2 I_2 \cos\phi_2$$

# TRANSFORMADOR REAL

## Regulação

**Regulação** - Diferença aritmética entre a tensão em vazio e a tensão em carga nos terminais do mesmo enrolamento, com uma carga especificada, sendo a tensão aplicada ao outro ou a um dos outros enrolamentos, igual a:

a) a sua tensão nominal, se estiver ligado na derivação principal;

b) tensão de derivação, se estiver ligado em outra derivação. Essa

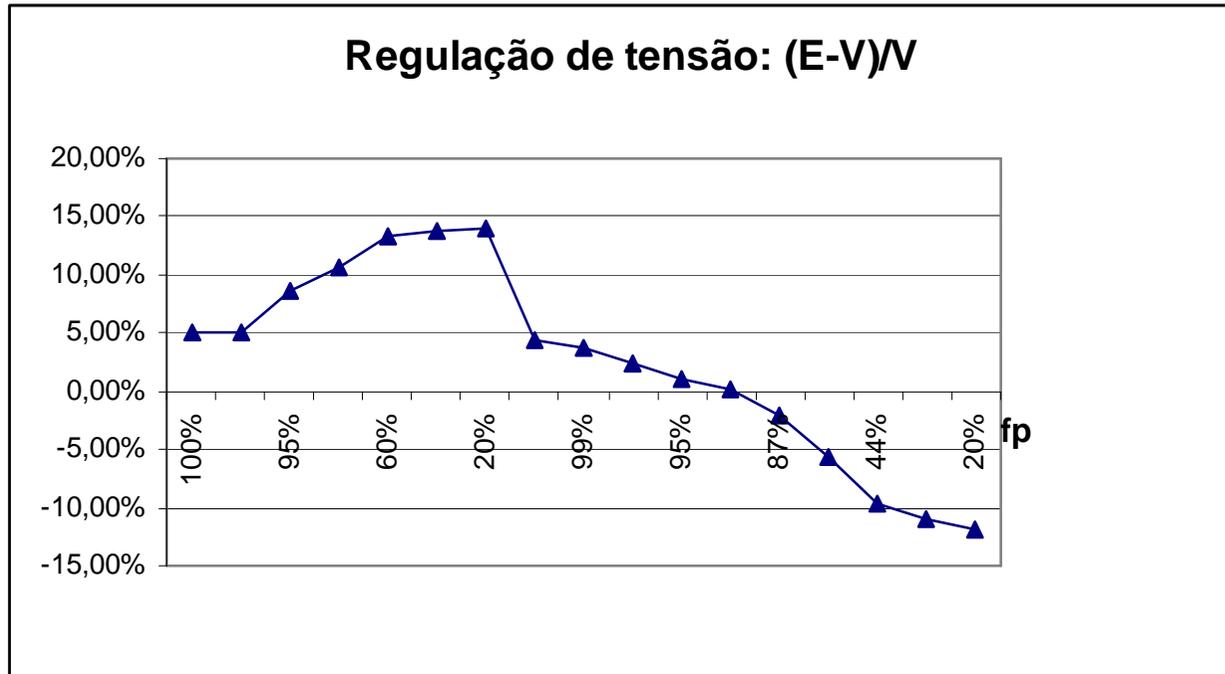
diferença é, geralmente, expressa em percentagem da tensão em vazio do primeiro enrolamento.

**Nota.:** Para transformadores com mais de dois enrolamentos, a regulação depende não somente da carga do enrolamento considerado, mas também da carga nos outros enrolamentos.

$$R = \frac{V_{\text{vazio}} - V_{\text{carga}}}{V_{\text{vazio}}}$$

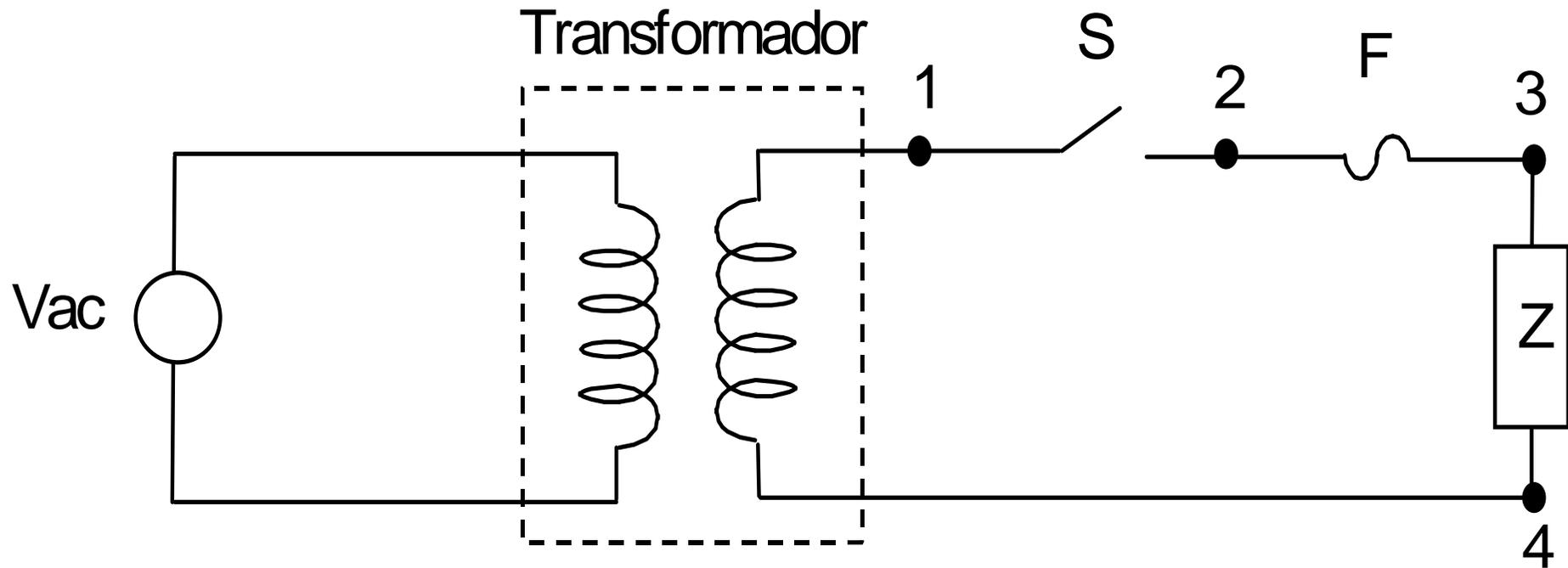
# TRANSFORMADOR REAL

Regulação em função do Fator de Potência



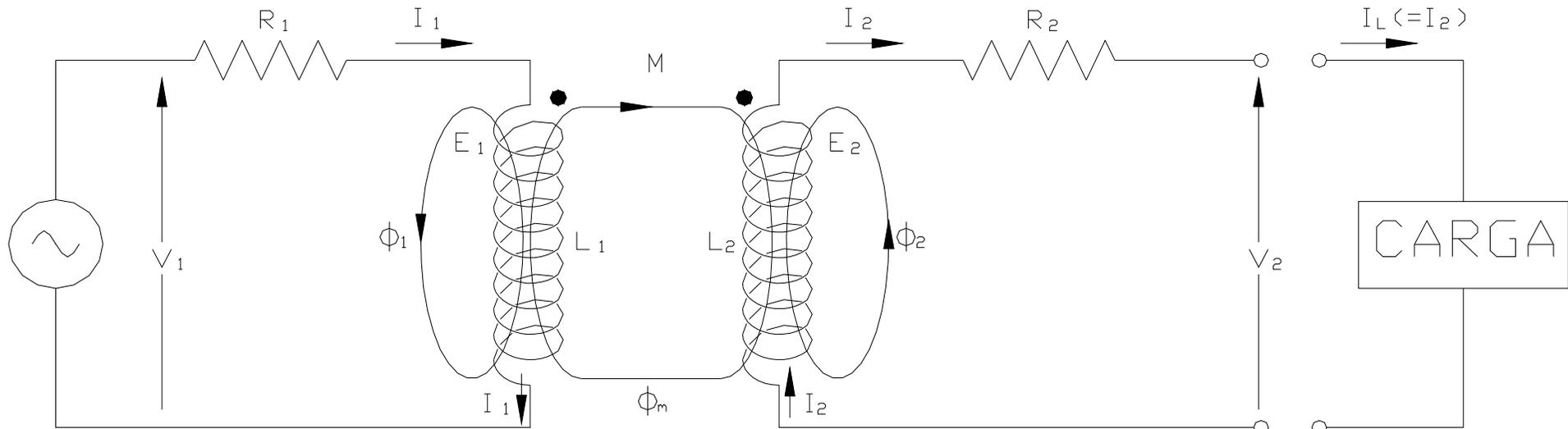
$$R = \frac{V_{\text{vazio}} - V_{\text{c arg } \alpha}}{V_{\text{vazio}}}$$

# TRANSFORMADOR



# TRANSFORMADOR REAL

- Transformador com núcleo de ar



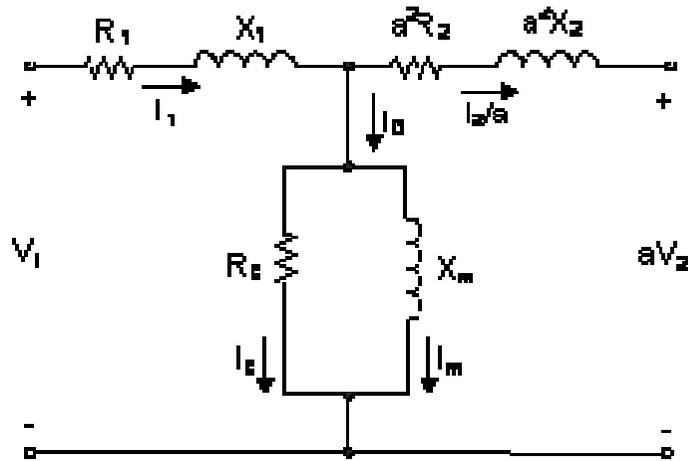
CIRCUITO 1 (PRIMÁRIO)

CIRCUITO 2 (SECUNDÁRIO)

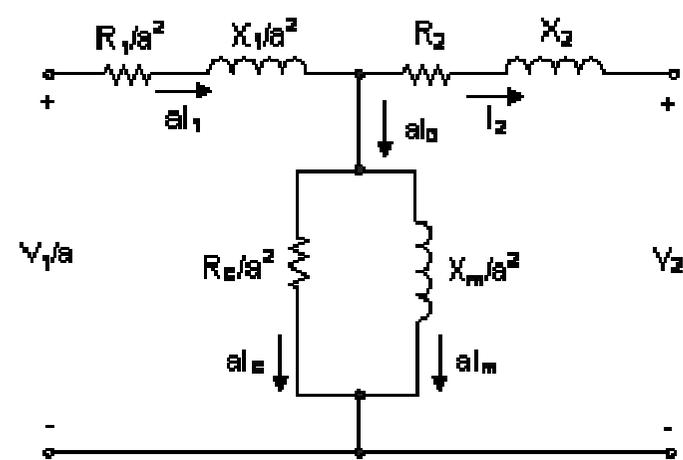
TRANSFORMADOR COM NÚCLEO DE AR

# TRANSFORMADOR REAL

- Transformador – Circuito equivalente



Referido ao primário



Referido ao secundário

# TRANSFORMADOR REAL

- Dados:

- $V_1$  = Tensão de suprimento aplicada ao primário (Volts);
- $r_1$  = Resistência do circuito primário (ohms);
- $L_1$  = Indutância do circuito primário (henries);
- $X_{L1}$  = Reatância indutiva do primário (ohms);
- $Z_1$  = Impedância do circuito primário (ohms);
- $I_1$  = Corrente fornecida pela fonte ao primário (amperes);
- $E_1$  = Tensão induzida no enrolamento primário por todo o fluxo que concatena a bobina 1 (volts);
- $E_2$  = Tensão induzida no enrolamento secundário por todo o fluxo que concatena a bobina 2 (volts);
- $I_2$  = Corrente fornecida pelo secundário à carga (amperes);

# TRANSFORMADOR REAL

- Dados:

- $r_2$  = Resistência do circuito secundário sem a carga (ohms);
- $V_2$  = Tensão de induzida no secundário (Volts);
- $L_2$  = Indutância do circuito secundário (henries);
- $X_{L2}$  = Reatância indutiva do secundário (ohms);
- $Z_2$  = Impedância do circuito secundário (ohms);
- $\phi_1$  = Fluxo disperso que concatena apenas o primário (maxwells);
- $\phi_2$  = Fluxo disperso que concatena apenas o secundário (maxwells);
- $\phi_M$  = Fluxo mútuo, compartilhando pelas bobinas 1 e 2 (maxwells);
- $M$  = Indutância mutua entre as duas bobinas produzida pelo fluxo mútuo (henries);
- $k$  = Coeficiente de acoplamento.

# TRANSFORMADOR REAL

- **Coeficiente de acoplamento:**

- O coeficiente de acoplamento é a relação entre o fluxo que concatena as duas bobinas e o total:

- $k = \phi_m / (\phi_m + \phi_1) = M / \sqrt{L_1 \cdot L_2}$

- Com o núcleo de ar o fluxo concatenado entre as duas bobinas  $\phi_m$  é muito menor que o fluxo emitido pelo primário  $\phi_1$ , portanto teremos um baixo acoplamento, conseqüentemente as tensões induzidas no secundário serão consideravelmente menores que as do primário. O produto  $V_1 I_1$  será muito superior ao  $V_2 I_2$ , logo a potência transferida do primário ao secundário também será pequena.

- Este transformador é usado em sistemas de RF e em circuitos eletrônicos.

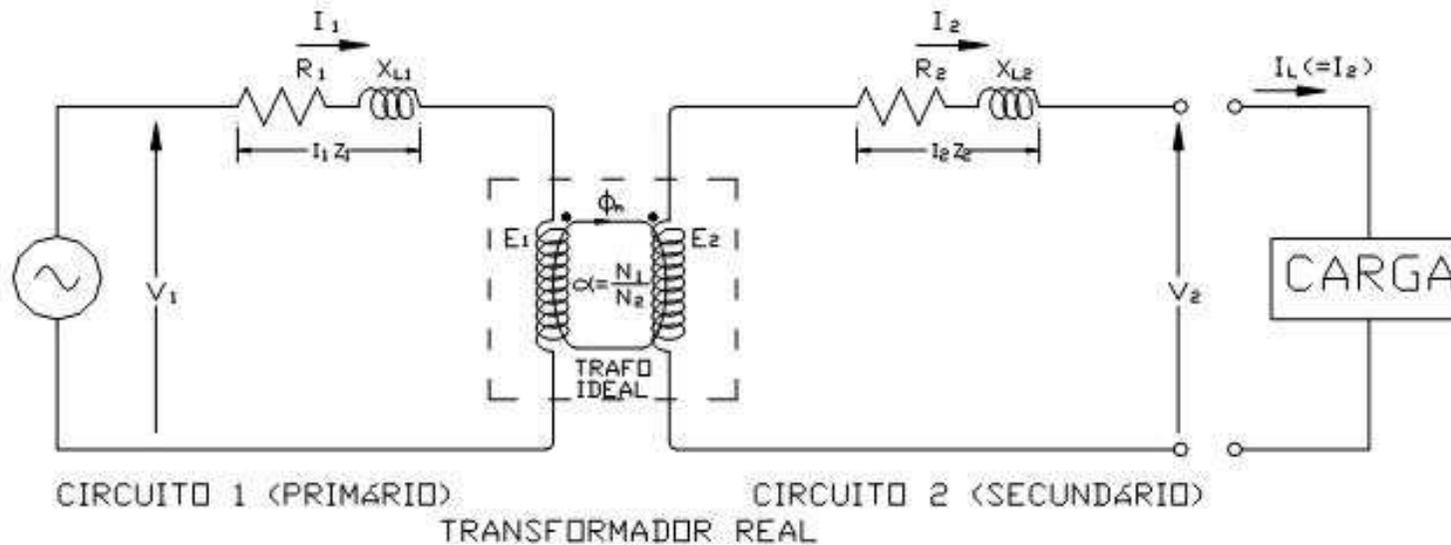
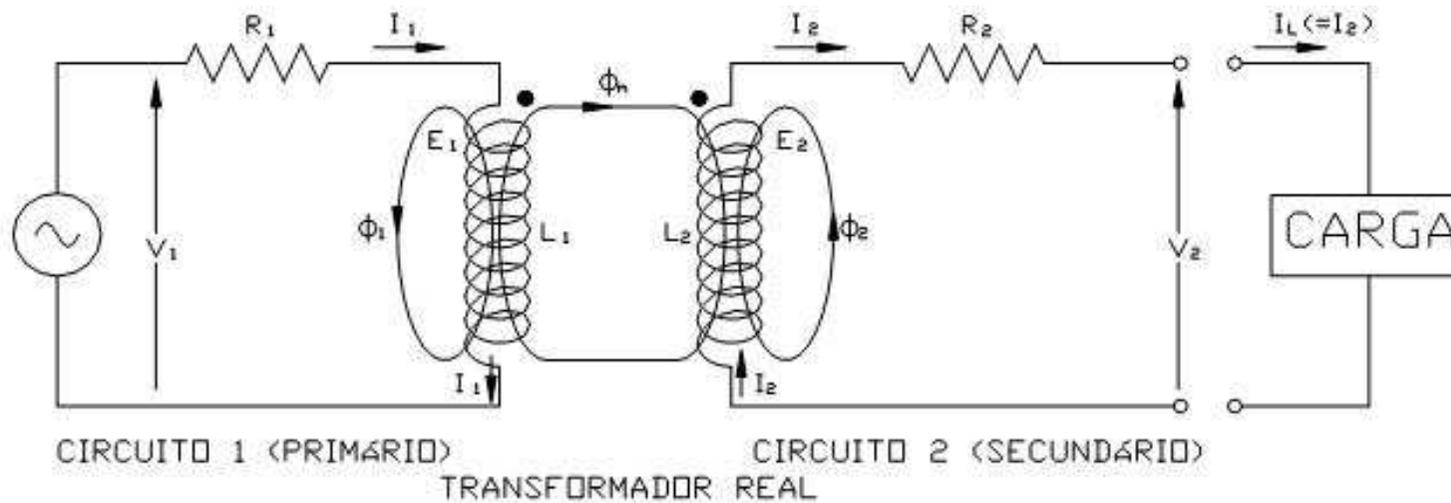
# TRANSFORMADOR REAL

- Quando aplicamos uma tensão alternada  $V_1$  no primário, passa a circular  $I_1$ , que por sua vez irá induzir um campo magnético ( $\phi_1 + \phi_m$ ) neste enrolamento. Este fluxo irá induzir no primário uma tensão  $E_1$  contrária a  $V_1$ .
- Se aproximamos outra bobina (secundário) da primeira, parte do fluxo produzido pelo primário irá envolver o secundário ( $\phi_m$ ), induzindo uma tensão  $E_2$  também contrária ao efeito que a esta criando, portanto de mesma polaridade que  $E_1$ .
- Ao ligar uma carga no secundário, surgirá uma corrente  $I_2$ , contrária a  $I_1$ .

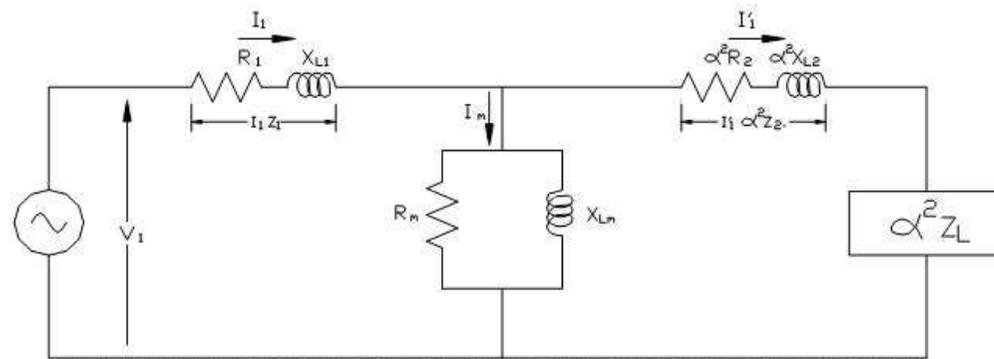
# TRANSFORMADOR REAL

- A ação de um transformador baseia-se na lei da indução eletromagnética de Faraday, de acordo com a qual, um fluxo variável com o tempo, enlaçando uma bobina, induz nesta uma fem (tensão).
- A direção de  $e_1$  é tal que possa produzir uma corrente que crie um fluxo se opondo a variação  $d\phi/dt$  (lei de Lenz).

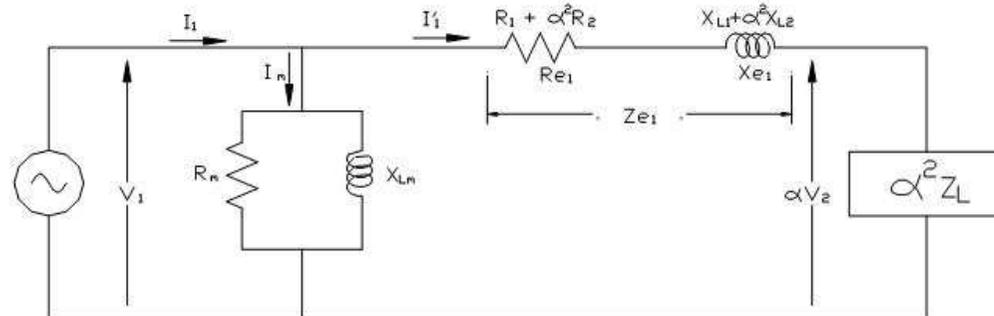
# TRANSFORMADOR REAL



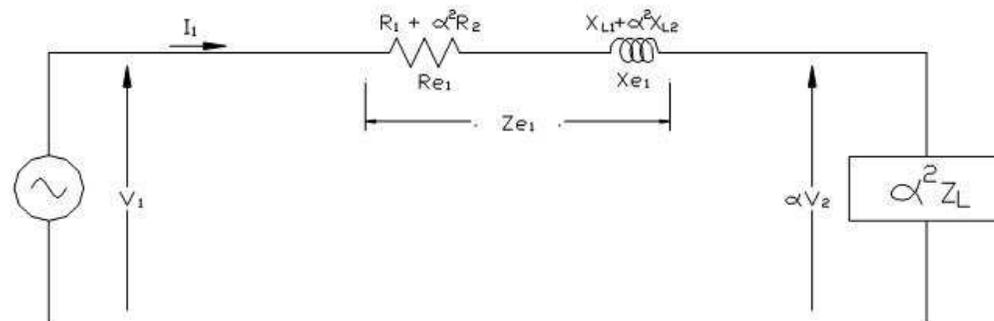
# TRAFO REAL – C. EQUIVALENTE



CIRCUITO EQUIVALENTE DE UM TRANSFORMADOR DE POTÊNCIA

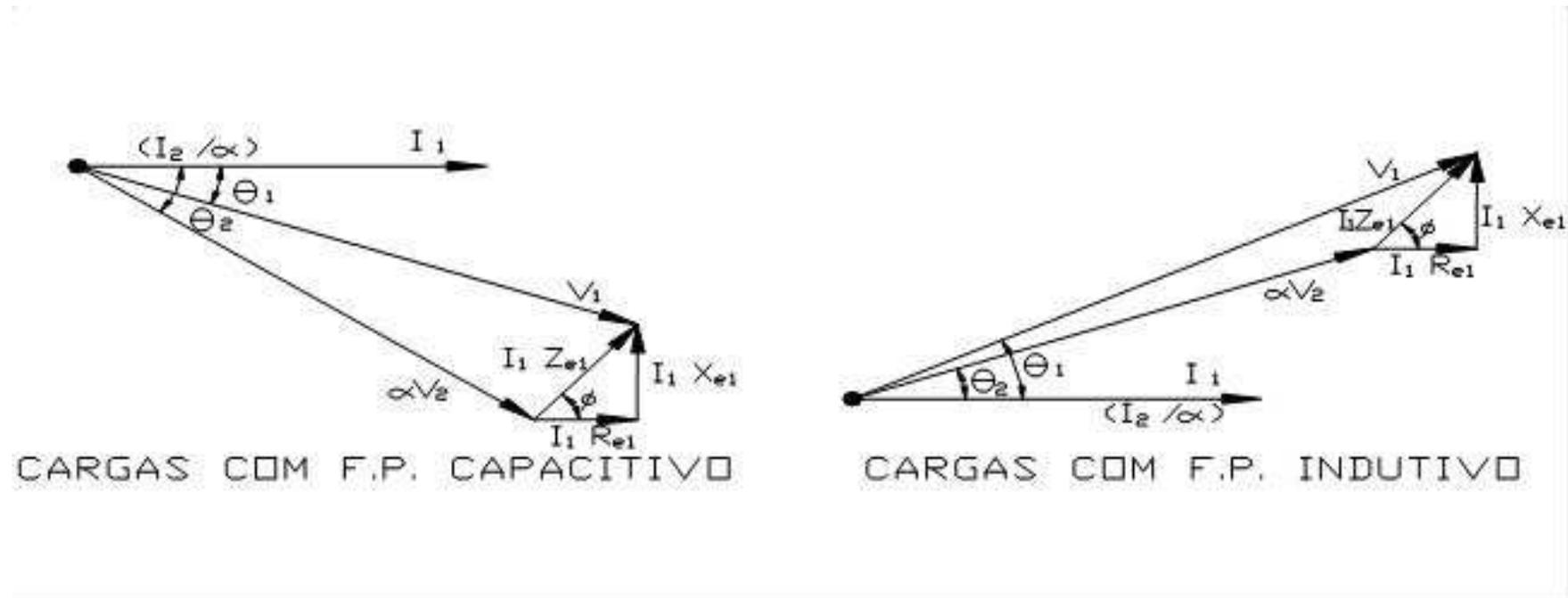


CIRCUITO EQUIVALENTE APROXIMADO COM REATÂNCIAS REFLETIDAS



CIRCUITO EQUIVALENTE CONSIDERANDO  $I_m=0$

# TRAFO REAL – FASORES



# TRANSFORMADOR MONOFÁSICO



# TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

## POTÊNCIAS E TENSÕES PADRONIZADAS

TRAFO 1FN	10,0KVA	19,9KV	440/220V
TRAFO 1FN	10,0KVA	19,9KV	254/127V
TRAFO 1FN	10,0KVA	7,9KV	220V
TRAFO 1FN	10,0KVA	7,9KV	440/220V
TRAFO 1FN	10,0KVA	7,9KV	254/127V
TRAFO 1FF	10,0KVA	34,5KV	440/220V
TRAFO 1FF	10,0KVA	34,5KV	254/127V
TRAFO 1FF	10,0KVA	13,8KV	440/220V
TRAFO 1FF	10,0KVA	13,8KV	254/127V
TRAFO 1FF	10,0KVA	13,8KV	220V
TRAFO 1FF	25,0KVA	34,5KV	440/220V
TRAFO 1FF	25,0KVA	34,5KV	254/127V
TRAFO 1FF	25,0KVA	13,8KV	440/220V
TRAFO 1FF	25,0KVA	13,8KV	254/127V

# TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

## VALORES DE REFERÊNCIA

Valores Garantidos de Perdas, Correntes de Excitação e Tensões de Curto-circuito para Transformadores Monofásicos com Tensão Máxima de 15 kV

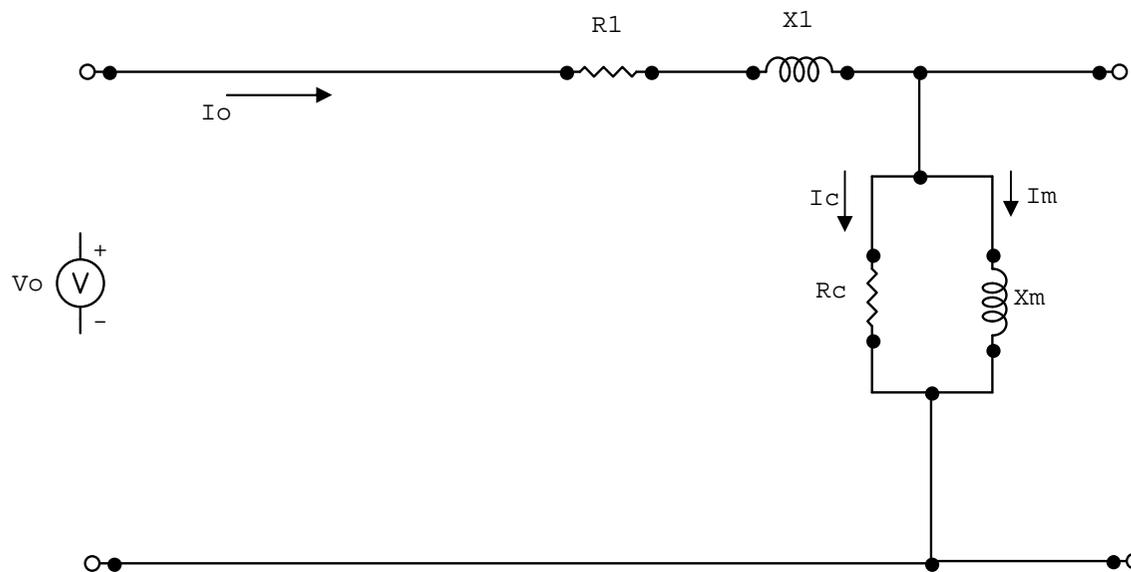
Potência do Transformador (kVA)	Corrente de Excitação (%)	Perda em Vazio (W)	Perda Total (W)	Tensão de Curto-circuito à 75°C - (%)
10	3,3	59	229	2,5
25	2,7	119	459	

Valores Garantidos de Perdas, Correntes de Excitação e Tensões de Curto-circuito para Transformadores Monofásicos com Tensão Máxima de 36,2 kV

Potência do Transformador (kVA)	Corrente de Excitação (%)	Perda em Vazio (W)	Perda Total (W)	Tensão de Curto-circuito à 75°C (%)
10	4,0	72	285	3,0
25	3,1	127	510	

# TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

## A Vazio ou Sem Carga



# AUTOTRANSFORMADOR

- Definição: Transformador que só tem um enrolamento
  - Não há isolação entre o primário e secundário
  - Maior rendimento
  - Maior capacidade em KVA

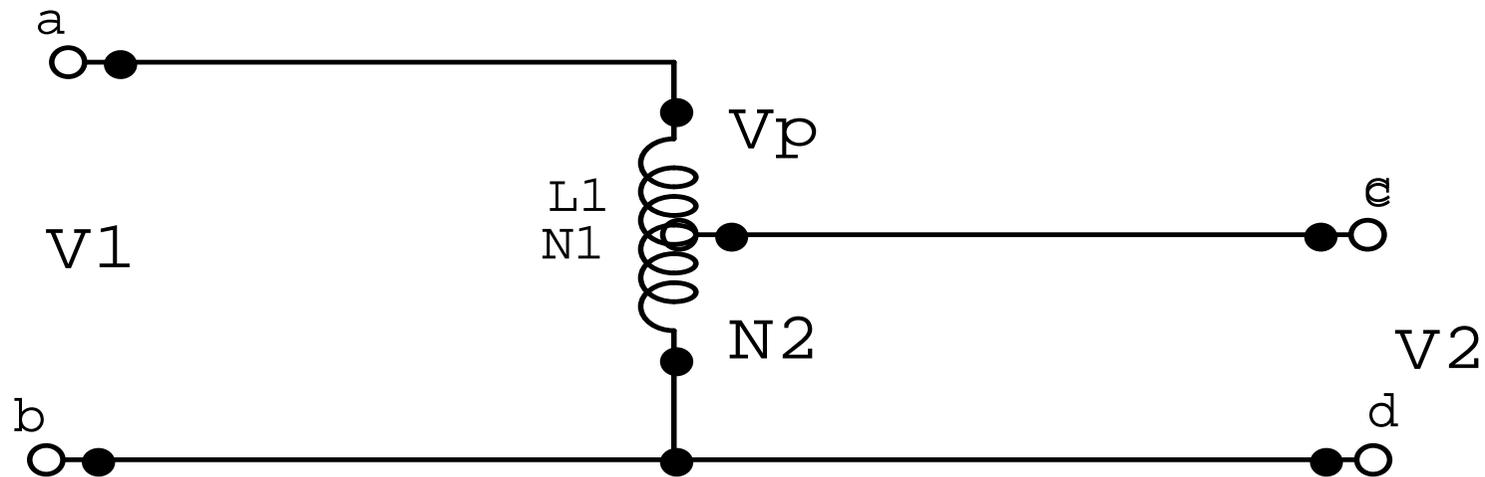
# AUTOTRANSFORMADOR

- VARIAC
  - Autotransformador variável
  - Muito usado em laboratórios

Uma forma comum de construção de autotransformadores é colocar um cursor sobre o enrolamento e então derivar a tensão secundária deste ponto. Com isto tem-se uma tensão variável no secundário (variac).

# AUTOTRANSFORMADOR

Autotransformador abaixador



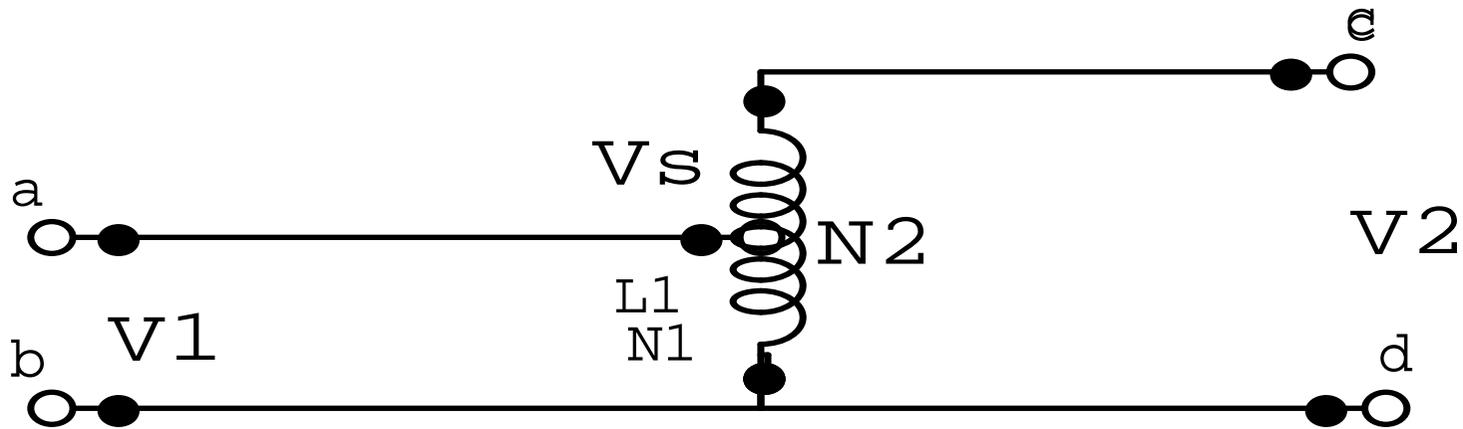
$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

$$V_2 < V_1, \text{ logo } I_2 > I_1$$

$$I_2 = I_1 + I_c$$

# AUTOTRANSFORMADOR

Autotransformador elevador

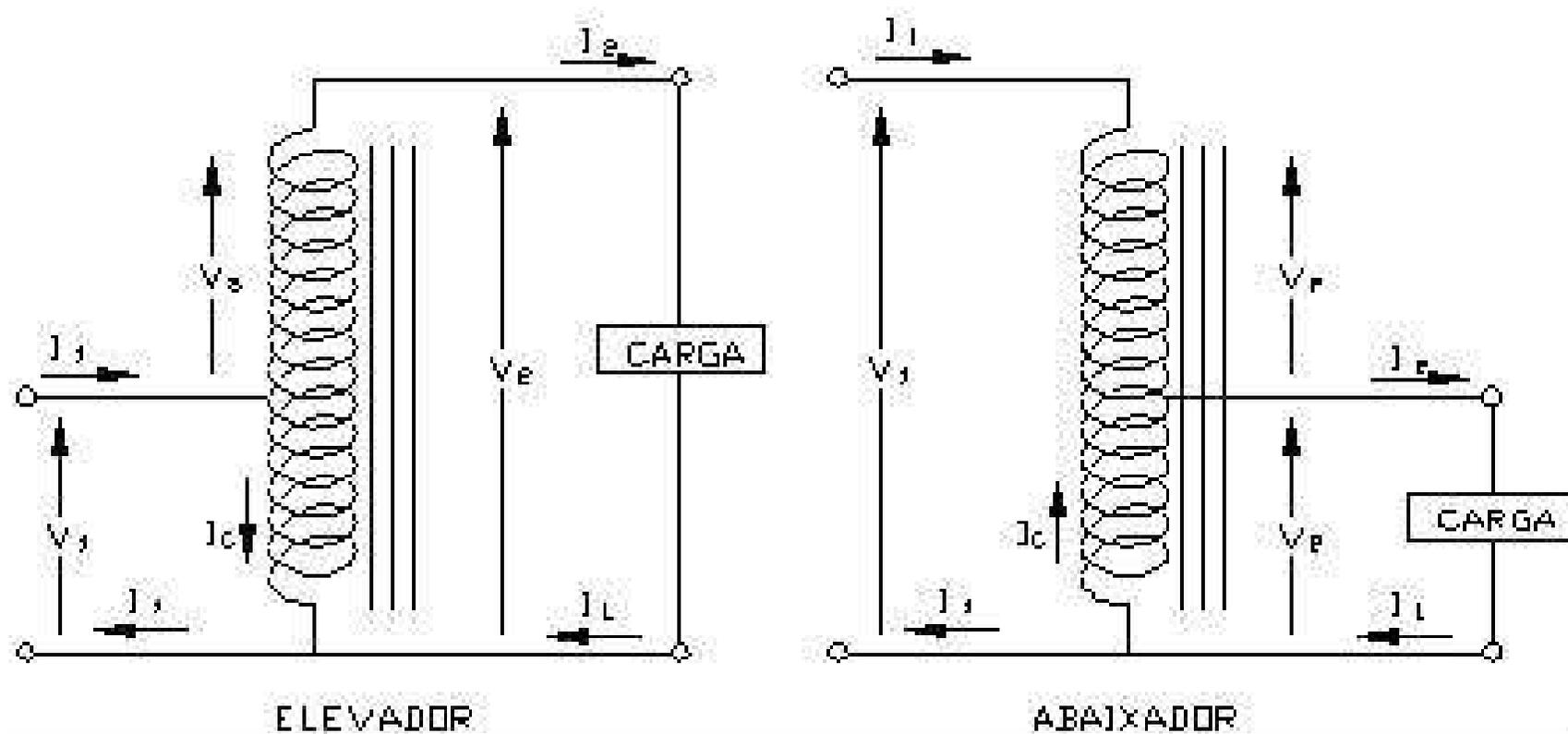


$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

$$V_2 > V_1, \text{ logo } I_2 < I_1$$

$$I_1 = I_2 + I_c$$

# AUTOTRANSFORMADOR



# AUTOTRANSFORMADOR

- No transformador abaixador  $I_2 = I_1 + I_c$ , logo  $I_1$  é totalmente conduzida do primário ao secundário. A potência “conduzida” do primário ao secundário é  $V_2 \cdot I_1$ .
- A potência transformada será  $(V_2 - V_1) \cdot I_1$ .

# AUTOTRANSFORMADOR

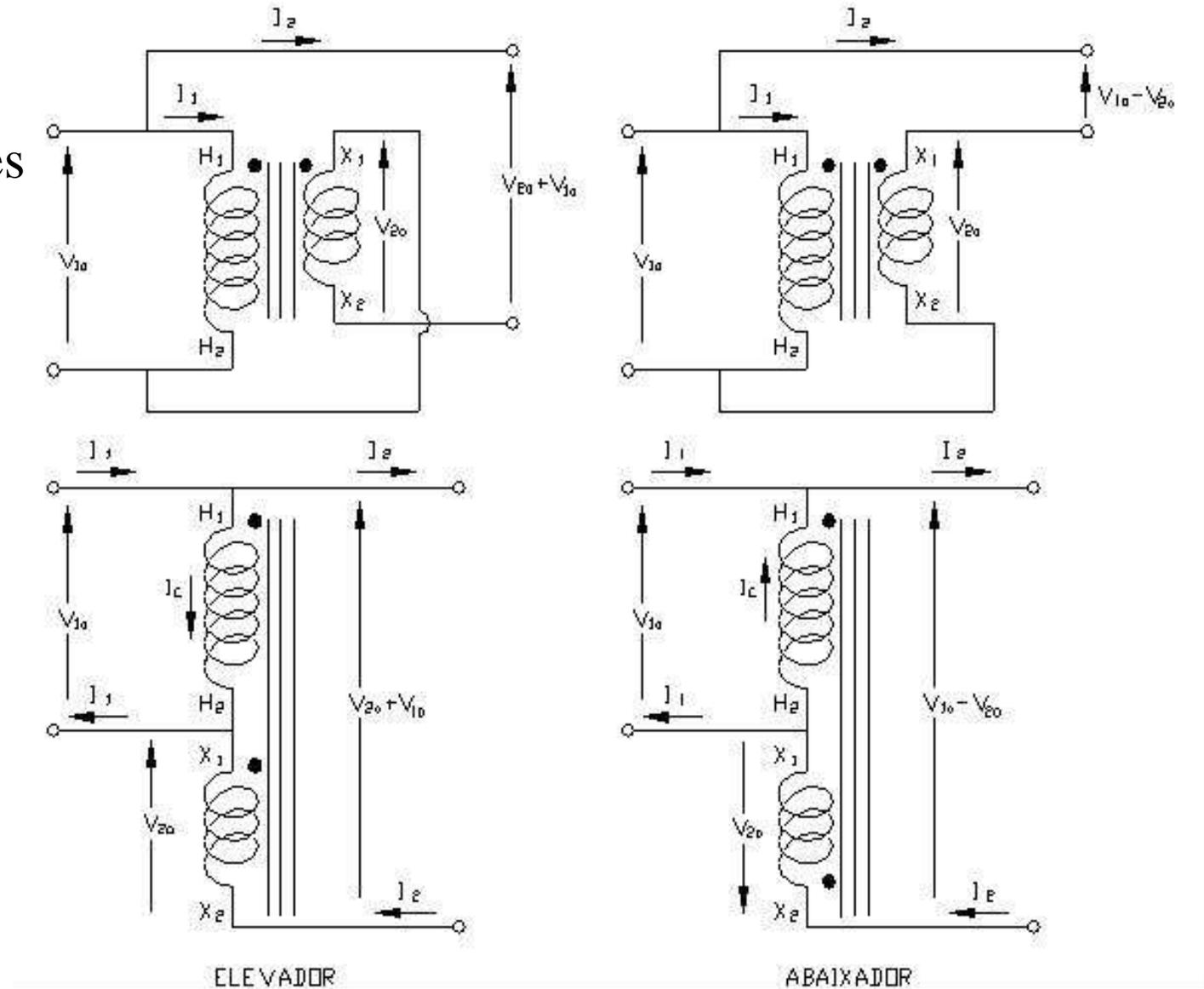
- No transformador elevador  $I_1 = I_2 + I_c$ , logo  $I_2$  é totalmente conduzida do primário ao secundário. A potência “conduzida” do primário ao secundário é  $V_1 \cdot I_2$ .
- A potência transformada será  $(V_1 - V_2) \cdot I_2$ .

# AUTOTRANSFORMADOR

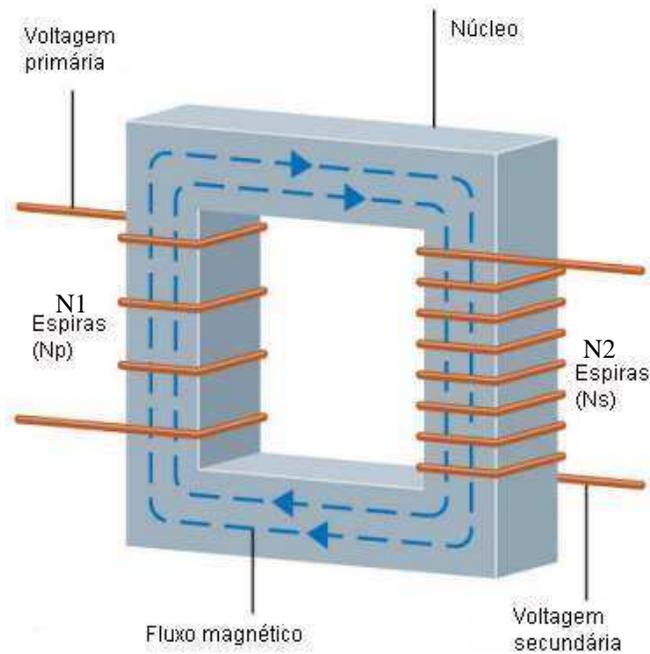
- Exercício
  - Um autotransformador elevador é utilizado para alimentar em 3 KV uma carga a partir de uma linha de 2,4 KV. Se a carga secundária é de 50 Ampéres calcule, desprezando as perdas e a corrente de magnetização: a) a corrente da linha e em cada parte do transformador; b) a capacidade em KVA do transformador; c) a capacidade de um transformador convencional de dois enrolamentos, necessário para realizar a mesma transformação; d) as potências transformada e transferida à carga nominal e fator de potência unitário.

# AUTOTRANSFORMADOR

2 Transformadores  
convencionais,  
convertidos em  
Auto  
Transformadores

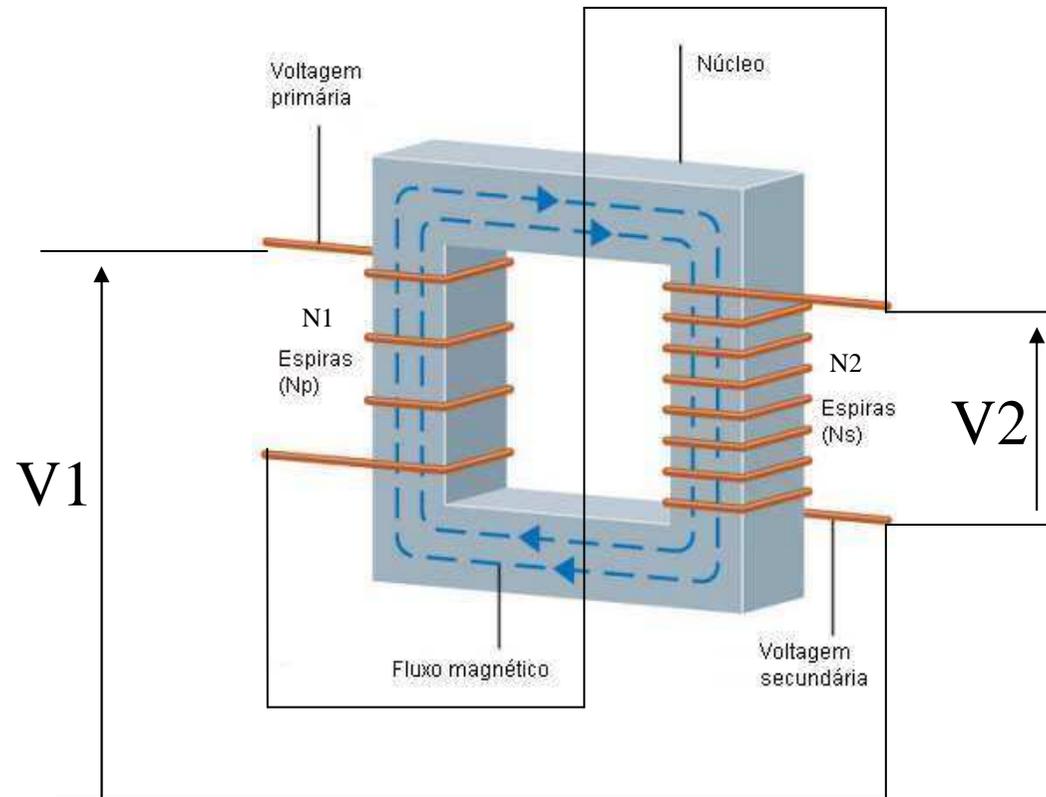


# AUTOTRANSFORMADOR



Trafo Convencional

Auto transformador



# AUTOTRANSFORMADOR

Nº de Espiras e tensões no autotransformador abaixador:

Primário:  $N_1 + N_2$

Secundário:  $N_2$

$$\text{Se: } \phi = \phi_m \cos(\omega t)$$

$$E_1(t) = -(N_1 + N_2) \frac{d\phi}{dt} = (N_1 + N_2) \omega \phi_m \sin(\omega t)$$

$$E_2(t) = -N_2 \frac{d\phi}{dt} = N_2 \omega \phi_m \sin(\omega t)$$

# AUTOTRANSFORMADOR

Se autotransformador ideal:

$$\text{Primário: } V_1 = E_1$$

$$\text{Secundário: } V_2 = E_2$$

$$V_1(t) = E_1(t) = (N_1 + N_2)\phi\omega\text{sen}(wt)$$

$$V_2(t) = E_2(t) = N_2\phi\omega\text{sen}(wt)$$

# AUTOTRANSFORMADOR

$$V_{1\max(auto)} = (N_1 + N_2)\phi\omega = (N_1 + N_2)\phi 2\pi f$$

$$V_{2\max(auto)} = N_2\phi\omega = N_2\phi 2\pi f$$

$$V_{1\max(auto)} = V_1\sqrt{2}$$

$$V_{2\max(auto)} = V_2\sqrt{2}$$

$$V_{1(auto)} = 4,44 f (N_1 + N_2)\phi$$

$$V_{2(auto)} = 4,44 f N_2\phi$$

# AUTOTRANSFORMADOR

$$a_{auto} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} + 1$$

$$a_{auto} = a_{trafo} + 1$$

# AUTOTRANSFORMADOR

## Potências no trafo e autotrafo

$$S_{trafo} = V_{1trafo} * I_{1trafo} = V_{2trafo} * I_{2trafo}$$

$$S_{auto} = V_{1auto} * I_{1auto} = V_{2auto} * I_{2auto}$$

$$V_{1auto} = 4,44 f (N_1 + N_2) \phi$$

$$V_{1trafo} = 4,44 f N_1 \phi$$

$$\text{Como } I_c = I_{2trafo} \quad \text{e} \quad I_{1auto} = I_{1trafo}$$

# AUTOTRANSFORMADOR

$$\frac{V_{1auto}}{V_{1trafo}} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} \Rightarrow V_{1auto} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} V_{1trafo}$$

$$S_{auto} = V_{1auto} * I_{1auto} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} V_{1trafo} * I_{1trafo}$$

$$S_{auto} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} S_{trafo} = \left( 1 + \frac{N_2}{N_1} \right) S_{trafo}$$

$$S_{auto} = \left( 1 + \frac{1}{a_{trafo}} \right) S_{trafo}$$

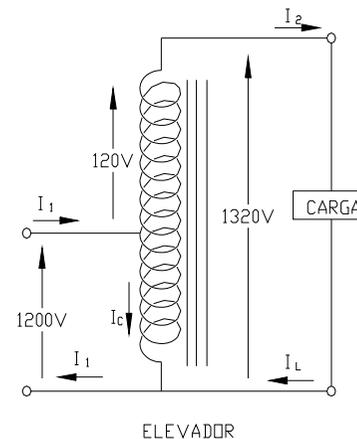
# AUTOTRANSFORMADOR

# AUTOTRANSFORMADOR

## Exemplo

Um transformador isolado de 10 kVA, 1200/120 V, é ligado como autotransformador com polaridade aditiva. Calcule:

- A capacidade de corrente original do enrolamento de 120V;
- A capacidade de corrente original do enrolamento de 1200V;
- A nova potência nominal do autotransformador;
- As correntes  $I_1$  e  $I_C$  a partir do valor de  $I_2$ ;
- Sobrecarga no enrolamento primário provocada por  $I_C$ ;
- A potência transferida condutivamente do primário ao secundário;
- A potência transformada do primário ao secundário;



# AUTOTRANSFORMADOR

## RENDIMENTO DO AUTOTRANSFORMADOR

Como o autotransformador possui apenas um enrolamento, o fluxo disperso será menor, além disto parte da potência é transferida por condução (sem passar pelo circuito magnético) implicando em perdas no núcleo bastante menores que em um transformador convencional. O único enrolamento também acaba por provocar perdas variáveis menores.

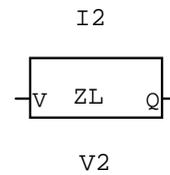
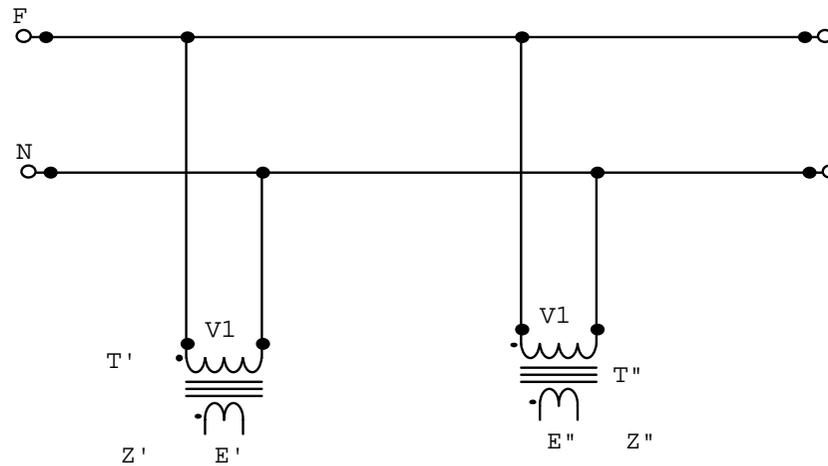
Quanto menor a relação de transformação maior o rendimento, pois maior quantidade de energia será transferida através da condução (sem passar pelo circuito magnético).

# AUTOTRANSFORMADOR

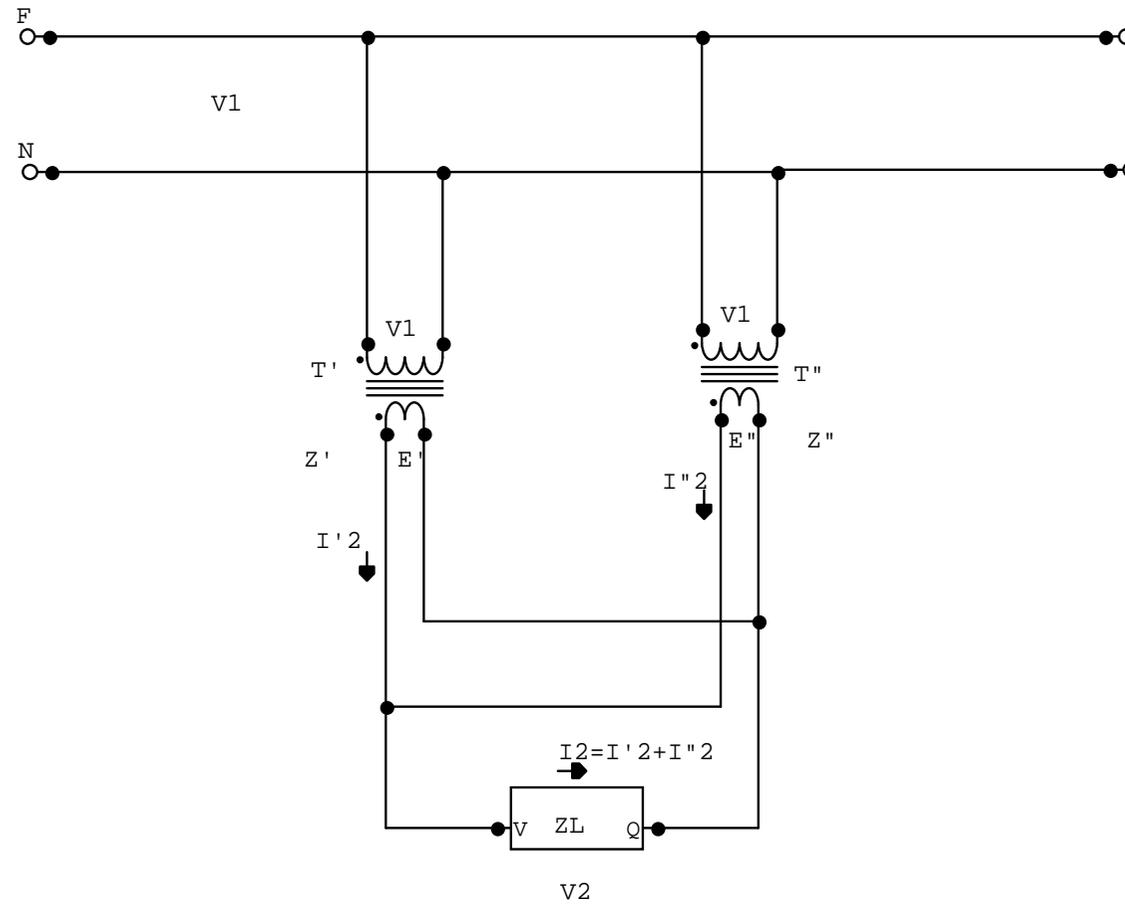
## VANTAGENS E DESVANTAGENS

- ✓ Enrolamentos menores e menos ferro no núcleo:
  - ✓ Melhor rendimento
  - ✓ Menor custo
- ✓ Não isolamento entre o primário e secundário
  - ✓ Não barra as autofrequências (ruídos e harmônicos)
  - ✓ Se, acidentalmente, abrir o terminal comum aos dois enrolamentos, a tensão primária aparecerá no secundário.

# Paralelo de Transformadores



# Paralelo de Transformadores



## Paralelo de Transformadores

$$\text{Se } E_2' = E_2'' = E_2$$

$$\text{Transformador T': } E_2 - Z_{e2}' I_2' - V_2 = 0$$

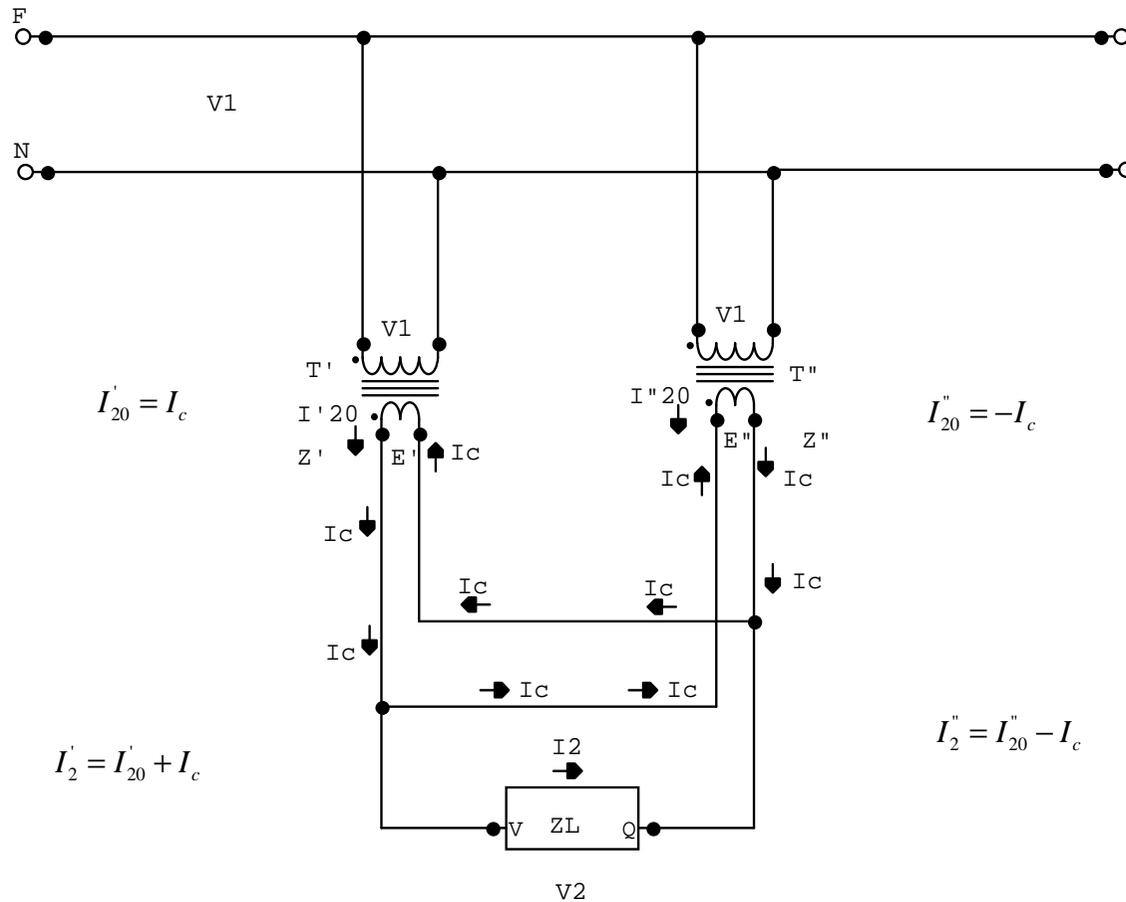
$$\text{Transformador T'': } E_2 - Z_{e2}'' I_2'' - V_2 = 0$$

$$Z_{e2}' I_2' = Z_{e2}'' I_2''$$

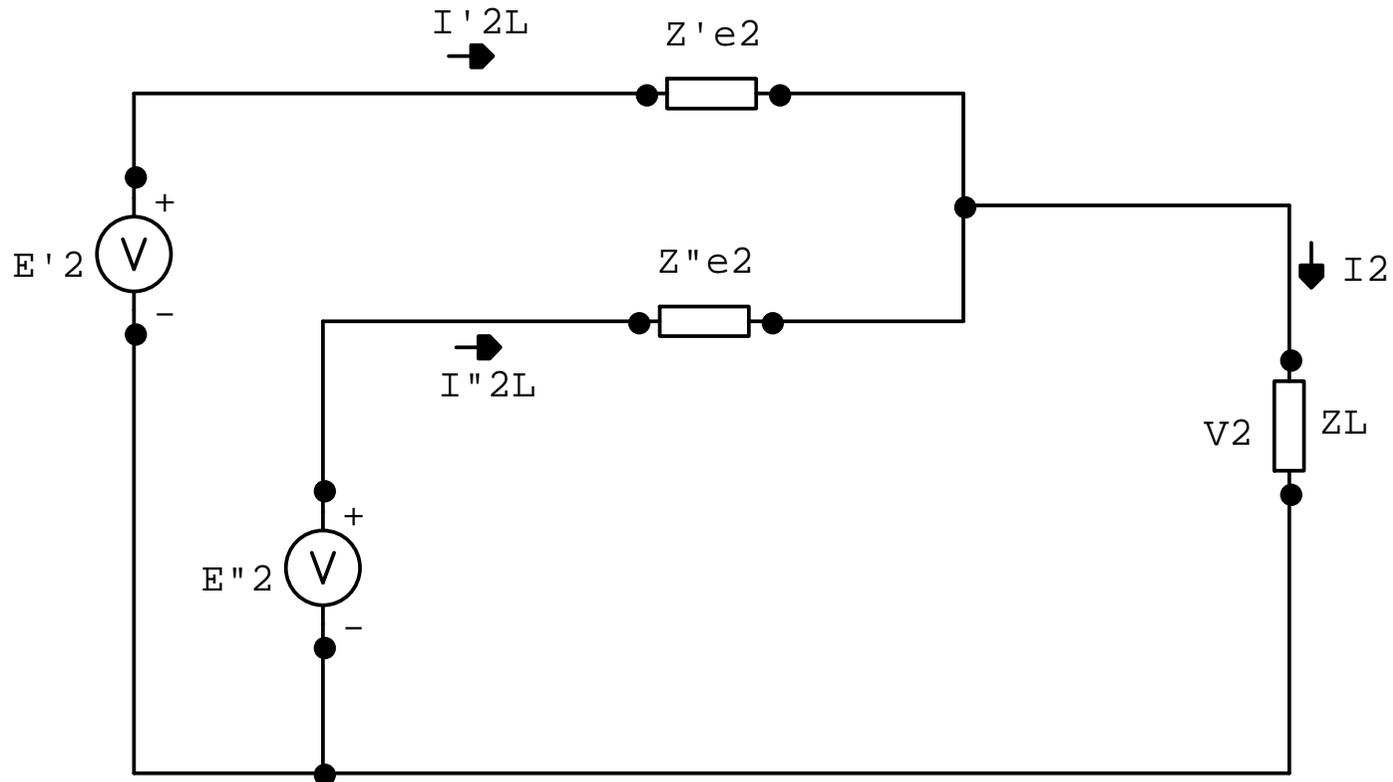
$$I_2 = I_2' + I_2''$$

$$\text{Achar } I_2' \text{ e } I_2'' = f(Z_{e2}', Z_{e2}'', I_2)$$

# Paralelo de Transformadores Trafos em Carga ( $E'_2 \neq E''_2$ )



# Paralelo de Transformadores Trafos em Carga ( $E'_2 \neq E''_2$ )



## Paralelo de Transformadores

Se  $E_2' \neq E_2''$

Transformador T':  $-E_2' + Z_{e2}' I_2' + V_2 = 0$

Transformador T'':  $-E_2'' + Z_{e2}'' I_2'' + V_2 = 0$

Na carga :  $V_2 = Z_L I_2$

Nó da carga :  $I_2 = I_2' + I_2''$

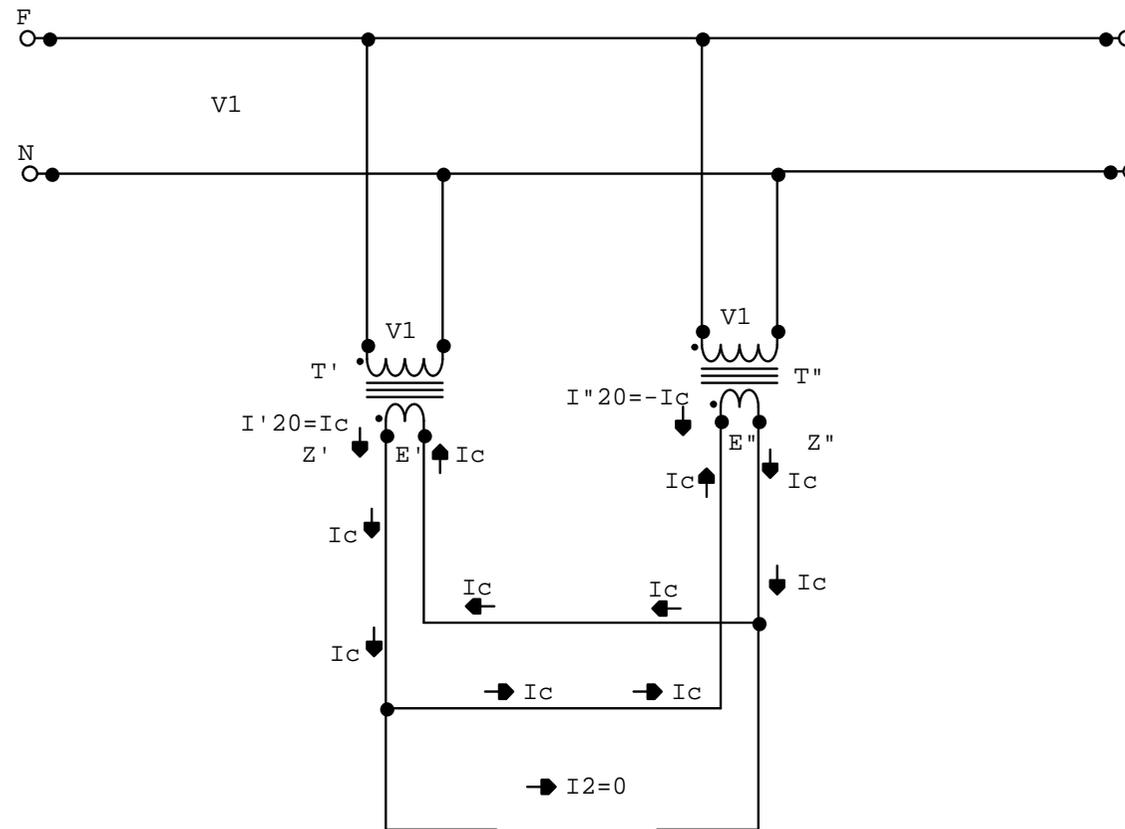
Achar  $I_2'$  e  $I_2'' = f(E_2'; E_2''; Z_{e2}'; Z_{e2}''; Z_L)$

## Paralelo de Transformadores Trafos em Carga ( $E' \neq E''$ )

$$I_2' = \frac{E_2' Z_{e2}'' + Z_L (E_2' - E_2'')}{Z_{e2}' Z_{e2}'' + Z_L (Z_{e2}' + Z_{e2}'')}$$

$$I_2'' = \frac{E_2'' Z_{e2}' - Z_L (E_2' - E_2'')}{Z_{e2}' Z_{e2}'' + Z_L (Z_{e2}' + Z_{e2}'')}$$

# Paralelo de Transformadores Trafos a vazio ( $E' \neq E''$ )



## Paralelo de Transformadores Corrente de circulação – A vazio

$$\lim_{Z_L \rightarrow \infty} I_2' \qquad \lim_{Z_L \rightarrow \infty} I_2''$$

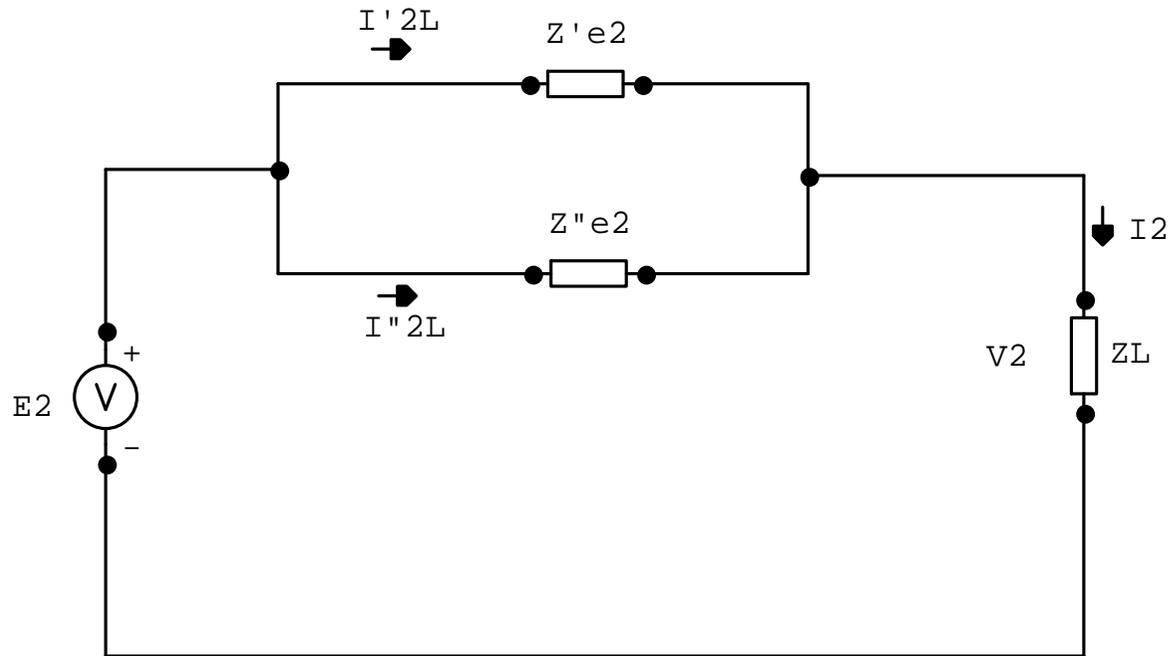
$$\lim_{Z_L \rightarrow \infty} I_2' = \frac{(E_2' - E_2'')}{(Z_{e2}' + Z_{e2}'')} = I_{20}' = I_c$$

$$\lim_{Z_L \rightarrow \infty} I_2'' = \frac{-(E_2' - E_2'')}{(Z_{e2}' + Z_{e2}'')} = I_{20}'' = -I_c$$

$$I_c \leq 10\% I_N$$

# Paralelo de Transformadores

## Componente de Carga ( $E'_2 = E''_2 = E_2$ )



$$I'_{2L} = \frac{Z''_{e2}}{Z'_{e2} + Z''_{e2}} I_2$$

$$I''_{2L} = \frac{Z'_{e2}}{Z'_{e2} + Z''_{e2}} I_2$$

$$I_2 = I'_{2L} + I''_{2L}$$

## Paralelo de Transformadores Trafos em Carga ( $E'_2 \neq E''_2$ )

$$I'_2 = I'_{2L} + I'_{20} = I'_{2L} + I_c$$

$$I''_2 = I''_{2L} + I''_{20} = I''_{2L} - I_c$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2$$

$$I'_2 = \frac{Z''_{e2}}{Z'_{e2} + Z''_{e2}} I_2 + \frac{(E'_2 - E''_2)}{(Z'_{e2} + Z''_{e2})}$$

$$I''_2 = \frac{Z'_{e2}}{Z'_{e2} + Z''_{e2}} I_2 - \frac{(E'_2 - E''_2)}{(Z'_{e2} + Z''_{e2})}$$

## Paralelo de Transformadores Erro de Relação

$$\varepsilon_a = \frac{a' - a''}{a'} \times 100 = \frac{|E'_{20}| - |E''_{20}|}{|E'_{20}|} \times 100$$

$$\varepsilon_a \leq \pm 0,5\% \quad \text{Norma ANSI}$$

# Paralelo de Transformadores

## Diferença de Impedâncias

Até 10%

Da terceira unidade em diante, não devem exceder 7,5% da impedância média:

$$\sum \frac{Z_i}{i}$$

# Paralelo de Transformadores

## Exemplos

1. Dois transformadores monofásicos são colocados em paralelo para suprir cargas puramente resistivas. Determinar qual estará mais carregado nas seguintes condições:

$$a) Z'_{e2} > Z''_{e2} \text{ e } E'_{20} > E''_{20}$$

$$b) Z'_{e2} = Z''_{e2} \text{ e } E'_{20} > E''_{20}$$

2. Dois transformadores monofásicos são colocados em paralelo para suprir cargas puramente indutivas. Determinar qual estará mais carregado nas seguintes condições:

$$a) Z'_{e2} = Z''_{e2} \text{ e } E'_{20} < E''_{20}$$

## Paralelo de Transformadores Exemplos

3. Dois transformadores monofásicos são colocados em paralelo para suprir cargas puramente capacitivas. Determinar qual estará mais carregado nas seguintes condições:

$$a) Z'_{e2} > Z''_{e2} \text{ e } E'_{20} < E''_{20}$$

4. Dois transformadores monofásicos estão operando em paralelo e

$$Z'_{e2} = 1,5Z''_{e2}, I_c = 10\%I_2 \text{ e } E'_{20} < E''_{20}.$$

Determinar qual estará mais carregado nas seguintes condições:

- Suprindo cargas puramente capacitivas
- Suprindo cargas puramente indutivas
- Suprindo cargas puramente resistivas

# Paralelo de Transformadores

## Efeito da Diferença entre as tensões de curto circuito

$$\text{Se } E_2' = E_2'' = E_2$$

$$Z_{e2}' I_2' = Z_{e2}'' I_2''$$

$$I_2 = I_2' + I_2''$$

$$\frac{Z_{e2}''}{Z_{e2}'} = \frac{I_2'}{I_2''} = \frac{v_k''}{v_k'}$$

$$v_k = \frac{v_k}{V_N} = \frac{Z_k I_N}{V_N}$$

# Paralelo de Transformadores

## Efeito da Diferença entre as tensões de curto circuito

Transformador T':

$$\left\{ \begin{array}{l} v'_k = \frac{Z'_k I'_{2N}}{V_N} \\ Z'_k = \frac{v'_k V_N}{I'_{2N}} \end{array} \right.$$

Transformador T'':

$$\left\{ \begin{array}{l} v''_k = \frac{Z''_k I''_{2N}}{V_N} \\ Z''_k = \frac{v''_k V_N}{I''_{2N}} \end{array} \right.$$

# Paralelo de Transformadores

## Efeito da Diferença entre as tensões de curto circuito

$$v'_k = \frac{Z'_k I'_{2N}}{V_N}$$

$S'_N$

$$\frac{Z''_k}{Z'_k} = \frac{v''_k V_N}{I''_{2N}} \times \frac{I'_{2N}}{v'_k V_N} = \frac{v''_k}{v'_k} \times \frac{V_N I'_{2N}}{V_N I''_{2N}}$$

$S''_N$

$$\frac{Z''_k}{Z'_k} = \frac{I'_2}{I''_2} = \frac{I'_2 V_N}{I''_2 V_N} = \frac{S'}{S''} = \frac{v''_k}{v'_k} \times \frac{S'_N}{S''_N}$$

# Paralelo de Transformadores

## Efeito da Diferença entre as tensões de curto circuito

$$\frac{S'}{S''} = \frac{S'_N / v'_k}{S''_N / v''_k} \Leftrightarrow S' = \frac{S'_N / v'_k}{S''_N / v''_k} S''$$

$$S' + S'' = \frac{S'_N / v'_k}{S''_N / v''_k} S'' + S'' = \left( \frac{S'_N / v'_k}{S''_N / v''_k} + 1 \right) S''$$

# Paralelo de Transformadores

## Efeito da Diferença entre as tensões de curto circuito

$$\frac{S'}{S' + S''} = \frac{S'_N / v'_k}{S'_N / v'_k + S''_N / v''_k}$$

$$\frac{S''}{S' + S''} = \frac{S''_N / v''_k}{S'_N / v'_k + S''_N / v''_k}$$

# Paralelo de Transformadores

## Efeito da Diferença entre as tensões de curto circuito

### Exercícios

5. Dois transformadores T' e T'' estão operando em paralelo. Sabendo-se que a sua potência e impedância nominais são:

T': 150 kVA; 7%

T'': 100 kVA; 5%

Determinar a repartição de potência entre esses dois transformadores em paralelo para os seguintes casos:

- a) Se a carga for de 100 kVA
- b) Se a carga for de 250 kVA
- c) Qual a maior potência que pode ser atendida por esses dois transformadores operando em paralelo?
- d) Qual o índice de aproveitamento?
- e) Qual o déficit de potência?

# Paralelo de Transformadores

## Efeito da Diferença entre as tensões de curto circuito

### Exercícios

6. Três transformadores estão operando em paralelo.

$T_1$ : 5 MVA;      6,5%

$T_2$ : 10 MVA;      7,2%

$T_3$ : 15 MVA;      8,0%

Calcular a carga máxima do paralelismo, assim como o carregamento de cada um deles.